集体选择与社会福利

阿马蒂亚·森 著　胡的的　胡毓达 译

Collective Choice and Social Welfare

上海科学技术出版社

本书为诺贝尔经济学奖获得者力作

本书作者阿马蒂亚·森，由于对福利经济学的重大问题做出了贡献，包括社会选择理论、对福利和贫穷标准的定义、对匮乏的研究等做出精辟论述，获得1998年度诺贝尔经济学奖。

www.sstp.cn

ISBN 7-5323-7373-8

9 787532 373734 >

定价：32.00元

◎ 责任编辑 [illegible] ◎ 封面设计 [illegible]

集体选择与社会福利

集体选择与社会福利

阿马蒂亚·森　著

胡的的　胡毓达　译

上海科学技术出版社

图书在版编目（CIP）数据

集体选择与社会福利/（印）森著；胡的的，胡毓达译．—上海：上海科学技术出版社，2004．4
ISBN 7-5323-7373-8

Ⅰ．集…Ⅱ．①森…②胡…③胡… Ⅲ．①数理经济学②福利经济学 Ⅳ．F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 118112 号

This edition of Collective Choice and Social Welfare by Amartya K. Sen is published by arrangement with Elsevier Science BV. Sata Burgerhartstraat 25, 1055KV, Amsterdam, The Netherlands

世纪出版集团
上海科学技术出版社 出版发行
（上海瑞金二路 450 号 邮政编码 200020）
新华书店上海发行所经销
常熟市兴达印刷有限公司印刷
开本 850×1168 1/32 印张 8
字数：181 千字
2004 年 4 月第 1 版
2004 年 4 月第 1 次印刷
印数：1—3000
定价：32.00 元

国家自然科学基金资助项目
温州大学重点学科基金项目

译者序

集体选择是研究如何将一集体中的每一个成员对某类事物的偏好汇集成集体的偏好，以使该集体对此类事物中的所有事物作出有效的优劣排序或从中选优的问题。在民主社会中，任何一种社会体制都应当要尽可能地满足她的每一个成员的需求。然而，在一个集体中，由于各个个体对所考虑的事物总会存在着价值观念上的差别和个人利益间的冲突，因而对各种事物必然会具有不同的偏好态度。将众多不同的个体偏好汇集成一个集体偏好，以对某类事物作出集体选择，是当今社会处理各种重大决策和分配问题的有效手段。自第二次世界大战之后，在现代民主社会中，政治民主和市场经济是社会发展的两大基本课题。政治民主的主要形式是投票表决，而市场机制亦即货币投票，它们实质上都是集体选择问题的不同表现。

在福利经济学中，从公平分配的角度来看，社会福利问题即为一典型的集体选择问题。鉴于其中所讨论的集体一般多指整个社会而言，因而在福利经济学中集体选择也称社会选择，有时亦称公共选择。作为民主决策的重要手段，集体选择也是决策科学和运筹学的主要研究内容。由于其主体理论是强调从逻辑结构方面研究如何汇集一群决策个体的偏好形成整个决策群体的偏好，以对所考虑的对象进行排序或选优的理性决策，所以不局限于福利经济研究的集体选择则称为群体决策或团体决策。

本书是福利经济学领域的一部重要专著。作者融合集体选择和社会福利为一体，系统地论述了集体选择的序数和基数理论，并且扩展了福利经济中关于人际效用信息的可比性和不可比性的研究，是当前该领

域中内容丰富和引人关注的著作。我们知道，肯尼思·阿罗(Kenneth J. Arrow)于1951年出版的《社会选择与个人价值(*Social Choice and Individual Values*)》一书，是现代福利经济中集体选择和社会福利方面的一部开创性名著。阿罗由于在此书中提出"不可能性定理"的创造性贡献，加之在一般均衡理论等方面的出色工作，获得了1972年度的诺贝尔经济学奖。本书作者阿马蒂亚·森(Amartya K. Sen)则在本书中发展了阿罗的理论，特别是借助引入选择函数，将阿罗关于社会福利函数存在性的不可能性结果发展为社会决定函数的可能性结果，使集体选择和社会福利的研究进一步取得了突破性的进展。鉴于此，连同他在经济分配不平等问题和饥荒成因方面的贡献，继之也获得了1998年度诺贝尔经济学奖。

阿罗的《社会选择与个人价值》曾于1985年被译成中文在我国出版。本书是继阿罗著作之后，在集体选择与社会福利方面的一部集大成之作。我们将其翻译出来奉献给中国的读者，希望有助于我国的经济学研究向更深更广的层次扩展，并且对我国当前的经济发展能起到积极的作用。

本书原作的第1版于1970年问世，现在我们根据1995年发行的最新的第4版译出。书中不带星号(经济学论述)的章节由胡的的博士翻译，我则分译了带星号(数学推证)的章节。然后，共同对初译稿进行了统一加工。翻译本书是国家自然科学基金项目"不完全信息群体决策和群体多目标决策"(No.70071026)工作的一部分。中国科学院数学与系统科学研究院越民义教授仔细审校了译稿的主要章节，提出许多建设性的修改意见。温州大学数学与信息科学学院李静博士为本书打印了全部译稿。对此，译者谨向他们表示衷心的感谢！鉴于本书是一部经济学与数学相交融的著作，因此我们考虑了由两人来分工合作译出。但限于我们的见识和水平，译文中仍难免会有不妥之处。我们期待着有关经济学家和数学家，决策科学、运筹学和管理方面的专家，以及广大读者不吝批评指正。

胡毓达

2003年6月27日

于温州大学数学与信息科学学院

献给

纳巴尼塔

英文版系列引言

出版本系列的目的，是为了在适合经济专业的研究生或大学最后一年学生的程度上，阐述经济学、数理经济学和计量经济学中的课题。在任何时候，都有很多在期刊文章和讨论系列中被认可的材料有待于有一个清晰和完整的论述，使学生不用许多准备和额外的阅读就能容易地接受。为此，我们邀请了一些著名专家著书来填补这一空缺。本系列把主要重点放在对恰当定义的领域作清晰和完整的阐述以及对基本原理的见识方面，但也不排除有独创性的见解。因此，有些著作是对现有的知识作了增添，而有些则是作为一种手段，吸引和激励原来对有关领域不熟悉的学生，以把已知的和新的思想传达给他们。

编　者

前 言

集体选择理论属于好几个学科，经济学是其中之一。虽然本书是“数理经济学教程”系列中的一本，但作者的处理并不仅仅局限于对经济学的问题。实际上，本书的立足点是基于这样一种认识，即若仅局限于经济学范围，问题是不会得到充分讨论的。虽然，集体选择是经济学的一个十分重要的方面（尤其在福利经济学、计划理论和公共经济学中），但是它与政治科学特别是与国家理论和决策过程理论密切相关。它还在哲学方面与伦理学特别是公正理论有着重要关系。

本书分成正规分析的带星号章节和相对来说非正规的不带星号章节。它们交替地出现在书中。对于非专业研究的读者，可以从不带星号章节得到主要论述的直观认识。然而，若关心有关结论的确切表述及其证明，则必须阅读带星号的章节。

把本书分成正规的和非正规的章节是一种文体上的尝试。为了具有明确性，许多集体选择问题需要有一个严格和规范的处理，同时非规范的论述确实有其不可靠之处，但是一旦得到结论，对其含义、重要性和实用性则可以进行非规范的讨论。事实上，对重要性作纯粹规范的讨论会带来不必要的狭义观。本书试图提供给两类不同的读者阅读：一类的兴趣主要是在结论的实用性方面而不是在其规范论述和技术推导，另一类则对后者也同样关心。因此，将本书分成带星号的章节和不带星号的章节，除了反映作者的心血来潮之外，也具有一定的理性理由。

本书中用到的数学主要是关于关系的逻辑。用于证明集体选择中定理的主要数学逻辑结果，在第1*章中给予叙述、讨论和证明。在此

意义上，本书是自包容的。

集体选择是一个十分庞大的领域。要想涉及它的所有分支是不可能的，对其所有分支作同样详尽的讨论就更不可能了。虽然本书想尽可能充分地涉及已有文献中的主要分支，但一定要认识到，对不同分支相对重要性的认可反映了作者本人的偏见。

感谢德里(Delhi)经济学院和哈佛(Harvard)经济研究院提供了为本书手稿的两份稿本的打印和复制设备。德瓦拉简(C. G. Devarajan)先生和海伦·比格洛(Helen Bigelow)太太分别为两份稿本作了高效率的打字。

我必须向那些对本书有过影响的人表示感激之情。大约在 15 年前我在剑桥三一学院读大学时，与莫里斯·多布(Maurice Dobb)进行某些有启发性的讨论使我对集体选择理论产生了兴趣，从那时起我一直陆陆续续地和他保持着这种讨论。我从阿罗处的受益是巨大的，这不仅是因为他在集体选择领域的开创性工作开辟了若干研究道路，从我个人角度而言，他阅读了本书的整个手稿并提出许多重要的改进。约翰·罗尔斯(John Rawls)全面阅读了 1966—1967 年间准备的手稿的第一稿，使我对若干问题有了正确的认识，特别是哲学方面的问题。在 1967—1968 年间，塔帕斯·马宗达(Tapas Majumdar)、詹姆斯·米里斯(James Mirrlees)和普拉桑坦·帕塔奈克(Prasanta Pattanaik)阅读了手稿的初稿，对内容和风格都提出许多改进，在本书的最后稿中也反映了他们的意见。我也得益于 1968—1969 年由阿罗、罗尔斯和我本人带领的关于这一课题的哈佛大学联合讨论班，特别是有富兰克林·费希尔(Franklin Fisher)、吉伯德(A. Gibbard)、斯蒂文·马格林(Stephen Marglin)、霍华德·莱佽法(Howard Raiffa)、杰里姆·罗森伯格(Jerem Rothenberg)、罗斯·斯塔尔(Ross Starr)、戴维·斯坦莱特(David Sarrett)以及理查德·泽克豪泽(Richard Zechhauser)等的参与。此外，我曾与以下各位进行过有用的讨论或听取过有益的意见，他们是：狄派克·巴纳吉(Dipak Banerji)、罗伯特·卡森(Robert Cassen)、帕萨·达斯古普塔(Partha Dasgupta)、彼得·戴蒙德(Peter Diamond)、简·格拉夫(Jan Graaff)、弗兰克·哈恩(Frank Hahn)、本格·汉森(Bengt Hansson)、约翰·哈桑依(John Harsanyi)、汉斯·赫茨伯格(Hans Herzberger)、肯一依奇·艾拿达(Ken-Ichi Inada)、贾林·库普曼斯(Tjalling Koopmans)、阿巴·勒纳(Abba Lerner)、保罗·萨缪尔森(Paul Samuelson)、汤姆斯·谢林(Thomas Schelling),以及萨勃兰马年·斯韦米(Suramanian Swamy)。但是,对于本书中的错误和缺点,他们是没有责任的。

A. K. 森

德里经济学院

1969 年 8 月 1 日

目 录

第1章 引论

§1.1 前言

浪漫地歌颂抽象的祖国和优化社会上任意的目标函数具有一定的共同处。虽然这两种活动是有价值的，而且是经常被人们所做的，但本书与这两类问题无关。我们研究的对象是社会政策的目标与社会中成员的偏好和意向之间的关系。

当然，可以采用这样一种观点，即社会是一个整体，它不依赖于其中的成员，社会的偏好不必建立在社会成员的偏好之上。或者，有可能存在依赖性，但人们可以将其抽象并简单地"假设"社会有其自身的一个个性和一个偏好[1]。任何人若满足于这一假设，本书对于他必然是乏味的，因为本书正是研究社会选择和公共政策的判断对社会成员偏好的依赖关系。

关于集体选择的判断，虽然与团体成员的需求和欲望有关，但可以具有完全不同的形式。冷静的经济技术人员认为在商品 α 上征税不是最优的，就是给出了对集体选择的一种判断。1789 年 7

〔1〕 当然，这一观点在有些社会主义文献中被采用，却为马克思所坚决反对："我们首先要避免重新建立一个对个体来说是一个抽象的'社会'。"(Marx(1844), p.104)。

月14日，愤怒的人群对巴士底监狱长高喊"放下第二座吊桥"[1]，是参与了集体选择的另一种形式。我们的课题是如此之广泛，以至于它包括了以上两类完全不同的问题。当然，解决这两类问题的方法显然有着本质的差别。广泛性正是集体选择课题的一个本质方面，而实际上这一领域的丰富性在很大程度上与这种广泛性有关。

研究个体偏好与社会选择之间的不同关系，是我们主要关心的问题之一。在此，关系的种类是多种多样的。例如，有人可能明显地或隐含地认为社会选择应仅仅考虑他一个人的愿望，或者仅仅某一特定阶级或群体的共同利益，或者，有人可能认为每个人的偏好应该"平等地被考虑"。但是，我们将会看到，仅仅这一讲法也可以有许多不同的解释。相应于每一种解释，我们会得到不同的作集体选择的系统。本书主要研究这些系统的性质、运作和含义。

§1.2　集体选择的组成部分

为了考虑集体选择对个体偏好的依赖，我们要用一种恰当的形式来表示个体偏好。在阿罗(1951)的经典研究中，他采用个体在不同社会状态集上的序来作为集体选择的基本成分。他关心的是使社会偏好序成为个体偏好序的一个函数的集体选择的规则。因此，若给定一个个体偏好序的集合，则社会偏好序的集合就必定被完全确定。

一个序是所有方案间的一种相互等级排列。序的规范性质将在第1*章中讨论[2]，这里先简述，等级排列关系必须满足三个特性才能被称为序。例如，对于考虑关系"至少一样好"。第一，它必

〔1〕 G. Lefebvre,《法国大革命的到来》。R. R. Palmer 译，Vintage Books，纽约，1957，p. 101。

〔2〕 读者也可参阅 Tarski(1965)；Arrow(1951)的第2章；或 Debreu(1959)的第1章。

须是"传递的"，即若方案 x 与 y 至少一样好，且 y 与 z 至少一样好，则 x 应与 z 至少一样好。对于这一理性条件，在第十章中将作详细分析。第二，这个关系必须是"自反的"，即必须认为每个方案 x 与它自身至少一样好。这一要求是相当宽松的，我觉得与其说它是一理性的条件倒不如说是一神经正常的条件。第三，这个关系必须是"完全的"[1]，即对任何一对方案 x 和 y，或者 x 与 y 至少一样好，或者 y 与 x 至少一样好（或者可能两者都成立）。一个具有完全的偏好关系的人，他在对任何一对方案作出选择时是有自己的想法的。

无差异和没有完全性的区别是重要的。我们的日常用语常常不够精确以至不能区别这两者。如果我"不知道"去选择哪一个，则可能意味着我对它们是无差异的，然而更自然的意思是我无法作出决定。这两者之间的逻辑区别是十分简单的。试考虑以下两种说法：

(1) x 与 y 至少一样好，

(2) y 与 x 至少一样好。

在"无差异"的情形中，这两个断言都被肯定，而在没有"完全性"的情形中，则两个都不被肯定。

阿罗提出，假设每一个个体在供选的社会状态上有一个序，而且社会有一基于以个体序集合为基础的序。在某些方面，我们与这一经典框架有所不同。第一，为了得到相容的选择并不一定需要社会有一个序。例如，若 x 优于 y，y 优于 z，z 与 x 无差异，则在任何选择情况下都有一个最好方案，但传递性不成立。若对方案对 (x, y) 作选择，则选 x；若对 (y, z) 作选择，则选 y；若对 (z, x) 作选择，则选任一个均可；若从所有三个方案的集合 $\{x, y, z\}$ 中选择，则选

[1] 逻辑学者比较喜欢用"连通的"而不是用"完全的"，但这样就有可能与拓扑学中的"连通性"相混淆。

x,因为它是唯一与其他两个方案至少一样好的方案。这种作法是否是一个令人满意的选择依据?很难确定,因为虽然它有一个充分的基础,但却违背了某些理性的性质。它具体违背的性质(性质β)在第1*章中给出。我们将在第4章就其含义方面进行详细讨论,这里仅仅指出,在讨论此问题时可不必要求社会偏好具有完全的传递性。我们确实将在这种较一般的形式上研究这一问题,以后,在第3章引入传递性作为一个特殊的假设。

第二,对于有些选择问题,我们连完全性也不需要。假定x优于y和z,但y与z不能比较,则此偏好序不是完全的,但我们仍可以从x,y和z中选出最好方案x。然而,若在y和z中选择,则我们就无法选取。我们是否能摒弃完全性取决于所作选择的性质。显然,完全性是社会偏好的一个吸引人的特性,但我们不必对它过于迷恋。一个具有自反性和传递性但不一定具有完全性的偏好关系被称为拟序。它的规范的性质将在第1*章中研究。有关不是完全的社会偏好,将在第2、8和9章以及相应的带星号章中出现。

第三,可以认为社会选择应不只是依赖于个体序,而且还依赖于他们的偏好强度。为此,可以考虑基数的个体福利函数。例如,若某人A强烈地希望社会选择x而非y,而某人B只很微弱地希望选择y而非x,则在这两个人的世界中,选择x不无道理。这一论点可能会引起某些误解,因为在此我们不仅仅给出了个体的偏好强度,还涉及了人与人之间的比较。这可能有害处,也可能没有害处,但事实是,这一论点的说服力不是基于纯粹个人偏好强度的度量,而是基于对人与人之间进行比较的附加特征。具有人与人之间比较的基数性的运用将在第7和7*章讨论,不具有人与人之间比较的基数性将在第8章及相应带星号章中讨论。

第四,人与人之间比较本身是一个有趣的问题。它甚至可以被用于非基数性的情况(第7、7*、9和9*章),并且可以在各种程度

上被应用(第7和7*章)。如果集体选择不仅仅依赖于个体序,而且也依赖于人与人之间的福利水平或个体福利的边际得失的比较,那么就会有许多新的可能性了。

人与人之间比较的运用,广泛地被认为具有很大的随意性,由于它们和选择行为无关,许多人认为这些比较是“无意义的”。考虑某人A在社会状态x或某人B在社会状态y之间的选择是赋予这种比较意义的一种方法。例如,我们可以问:“你希望是社会状态x下的一个失业的体力劳动者A先生,还是社会状态y下的一个有高薪工作的工程师B先生?”虽然对这一问题的回答包含了人与人之间比较,我仍然大胆地认为我们还是有能力对这种选择进行系统的考虑。把包含这种方案的偏好引入集体选择的机制是可能的。这种处理将在第9和9*章中讨论。

因此,我们将从对集体选择的必要组成部分的不同观点,来考虑集体选择的不同框架,即从阿罗系统的纯粹个体序到有或者无基数性的,以及有或者无各种类型的人与人之间可比性的个体福利函数的各种观点。

§1.3 个体偏好的本质

可以这么说,集体选择理论只涉及从一个个体偏好集导出社会偏好,而不需考虑个体偏好本身的形成。这一观点的吸引力,相当一部分是在于使我们的工作范围便于得到限制。不过这一范围似乎是太狭小了,因为个体偏好的发生,实质上可能与怎样给出集体选择的规则有重大关系。我们将会看到,各种集体选择规则的有效性,在很大程度上依赖于个体偏好序的精确结构,并且一般来说这些结构将反映在一社会中决定个体偏好的力量。就像社会选择基于个体偏好之上那样,个体偏好反过来也依赖于社会的特性。因

此，不同集体选择规则的恰当与否，在一定程度上取决于该社会的精确结构。

个体偏好的内涵也是一个重要问题。在有些关于社会选择的研究中，把实际存在的个体偏好与假设人们将自己放在别人位置时产生的偏好区分开来。这一区分是重要的，对此将作较详细的阐述(见第9、9*章)。若假设实际存在的偏好与对其他人的考虑是无关的，则是错误的。一个人所生活的社会，所属的阶层，与社会以及社区经济结构的关系，都会影响到这个人的选择，不仅仅因为这些因素会影响他的个人利益的性质，而且还影响他的价值观，包括他对社会中其他成员"应有的"考虑的观念[1]。只追求个人本身利益而不考虑任何其他利益的狭隘经济人，可能代表普遍出现于许多传统经济学之中的一种假设[2]。但这一模型在理解社会选择问题中并不很有用。在本书中将不排除人与人之间的相互依赖性。

偏好关系的逻辑性质是研究集体选择的一个有用的起步课题，将在第1*章中给出，同时着眼于以后的应用。这些内容中除部分外大多是熟知的。这主要是因为在标准的文献中，对于偏好关系研究的发展大多出自于对消费理论和需求分析的研究，而它对于集体选择问题则并不都是有用的。

---

[1] 这当然是历史研究的一个重要问题，如见 Hobsbawm(1955)。

[2] 正规地说，它以排除外在因素的形式出现。也见 Arrow 对"爱好"与"价值"的对比(Arrow (1951), p. 18)。

第1*章 偏好关系

§1*.1 二元关系

设 xRy 表示 x 与 y 之间的一个二元关系，例如"x 至少与 y 一样好"或"x 大于 y"。如果这一关系不成立，例如若"x 没有至少与 y 一样好"或"x 不大于 y"，则记作 $\sim(xRy)$。

在集合 S 上确定一个二元关系，就是确定 S 的自乘集 $S\times S$ 的一个子集 R，它由属于 S 的 x 和 y 的所有有序对 (x, y) 定义。代替说 xRy 成立，也可以说 (x, y) 属于 R。因此，研究 S 上二元关系和研究 $S\times S$ 的子集并无实质性的不同。虽然我们不以这种方式研究偏好关系，但读者可以根据用哪一种方式更为方便对它们作随意转换。

以后将采用下面给出的符号。对于这些基础概念的讨论，读者可以参阅任何关于数理逻辑的标准介绍。例如，卡纳普(Carnap, 1958)、丘奇(Church, 1956)、希尔伯特和阿克曼(Hilbert and Ackermann, 1960)、奎因(Quine, 1951)、苏佩斯(Suppes, 1958)或者塔斯基(Tarski, 1965)。

$\exists$ 存在量词("对某个")

$\forall$ 全称量词("对所有")

$\rightarrow$ 条件("若，则")

$\leftrightarrow$ 等价("当且仅当")

$\sim$ 否定("非")

$\vee$ 或取(包含性的"或")

& 合取("和")

$=$ 相等("相同")

$\in$ 元素是("属于")

$\subset$ 子集是("包含于")

$\cap$ 交("元素属于两集合")

$\cup$ 并("元素属于任一集合")

可以考虑二元关系可能或不可能满足的各种性质,以下是在不同场合具有重要性的一些性质。

(1) 自反性:$\forall x \in S: xRx$。

(2) 完全性:$\forall x, y \in S: (x \neq y) \rightarrow (xRy \vee yRx)$。

(3) 传递性:$\forall x, y, z \in S: (xRy \ \& \ yRz) \rightarrow xRz$。

(4) 反对称性:$\forall x, y \in S: (xRy \ \& \ yRx) \rightarrow x = y$。

(5) 非对称性:$\forall x, y \in S: xRy \rightarrow \sim (yRx)$。

(6) 对称性:$\forall x, y \in S: xRy \rightarrow yRx$。

举例来说,考虑将关系"至少一样高"用于所有测得高度的山峰集合。此关系是自反的,因为其中任一山峰都与本身一样高。它是完全的,因为若山峰 A 不与山峰 B 至少一样高,则山峰 B 一定与山峰 A 至少一样高(实际上是高于 A)。它是传递的,因为山峰 A 与山峰 B 至少一样高,而 B 又与山峰 C 至少一样高,则必意味着山峰 A 与山峰 C 至少一样高[1]。它并不是反对称的,因为山峰 A 与 B 可以一样高,但不是同一山峰。它也不是非对称的,因为 A 与 B 至少一样高并不排除 B 与 A 一样高的可

[1] 将关系"是兄弟"用于人,虽然有时被认为是传递的,但其实不然。某 A 是 B 的兄弟,而 B 是 A 的兄弟,由传递性,A 应是他自己的兄弟,而可惜 A 无此荣幸。

能性[1]。此外，它也不是对称的，因为A与B至少一样高并不强求B与A至少一样高。

容易验证，关系“高于”满足传递性、反对称性和非对称性，但不满足自反性、完全性和对称性。

为了方便，对有些标准类型(即具给定性质)的二元关系，赋予了特别的名称。遗憾的是，读者应该知道不同作者所给的术语不甚相同，并且有些还十分不一致。例如，对阿罗(1951)来说，“序”是自反的、传递的和完全的(不管反对称与否)，而对德布勒(1959)来说，“序”是自反的、传递的和反对称的(不管完全与否)。

下面我们给出本书采用的一些术语，并且注出在其他文献中使用的几种不同的名称[2]。

满足的性质	本书采用的名称	文献中采用的其他名称
1. 自反性和传递性	拟序	预序
2. 自反性、传递性和完全性	序	完全预序；完全拟序；弱序
3. 自反性、传递性和反对称性	偏序	序
4. 自反性、传递性、完全性和反对称性	链	线性序；完全序；序
5. 传递性和非对称性	严格偏序	
6. 传递性、非对称性和完全性	强序	序；严格序；严格完全序

§1*.2 极大元和选择集

对应于“弱偏好”R(“至少一样好”)的二元关系，我们可以定义

[1] 注意：非对称性蕴含反对称性，但反之不然。若 $xRy \to \sim(yRx)$，则前提 $(xRy \,\&\, yRx)$ 总是不成立的，因此在反对称性中它的逻辑含义是对的。

[2] 例如，可参看 Birkhoff(1940)，Bourbaki(1939)，Tarski(1965)和 Church(1956)，以及经济学文献 Arrow(1951)和 Debreu(1959)。

“严格偏好”关系 P 和“无差异”关系 I。

定义 1*.1 $xPy \leftrightarrow [xRy \& \sim(yRx)]$。

定义 1*.2 $xIy \leftrightarrow [xRy \& yRx]$。

不被一集合中其他任何元素所控制的集合中的元素，称为是该集合中相对于所讨论二元关系的极大元。

定义 1*.3 S 中的元素 x 是 S 的相对于二元关系 R 的极大元当且仅当

$$\sim[\exists y:(y \in S \& yPx)]。$$

S 中极大元的集合称为它的极大集，记作 $M(S, R)$。

元素 x 被称为是 S 的“最好”(在大小关系中是“最大”)元，若相应于有关的偏好关系 R，它与 S 中每一其他元素至少一样好(一样大)。

定义 1*.4 S 中的元素 x 是 S 相对于二元关系 R 的最好元当且仅当

$$\forall y:(y \in S \rightarrow xRy)。$$

S 中最好元的集合称为它的选择集，记作 $C(S, R)$。

为了明确上述两个概念之间的区别，给出两个注释。首先，最好元一定是极大元，但反之不然。若对 S 中所有的 y 有 xRy，则显然在 S 中不存在 y 使 yPx。另一方面，若 xRy 和 yRx 都不成立，则 x 和 y 两者都是集合 $\{x, y\}$ 的极大元，但都不是最好元。由此，$C(S, R) \subset M(S, R)$。

其次，$C(S, R)$ 或 $M(S, R)$ 可能是空集。例如，当 xPy，yPz 和 zPx 时，不存在最好元，因为其中没有一个元素不差于其他任何元素。若传递性成立，当集合是无限时，$M(S, R)$ 可能是空的。例如，x_2Px_1，x_3Px_2，…，x_nPx_{n-1}，…另一方面，即使具有传递性和有限性，$C(S, R)$ 也可能是空的。例如，$\sim(xRy)$ 和 $\sim(yRx)$，x 和 y 都是 $\{x, y\}$ 的极大集的元素，但都不是 $\{x, y\}$ 的选择集的元素。

§1*.3 有关拟序的一组结果

现在，我们导出有关拟序的一些基本结果。自然，这些结果也适用于序、链和偏序，因为它们都是拟序的特殊情况。

引理 1*.a 若 R 是一拟序，则对所有的 $x, y, z \in S$ 有

(1) $xIy \ \& \ yIz \rightarrow xIz$，

(2) $xPy \ \& \ yIz \rightarrow xPz$，

(3) $xIy \ \& \ yPz \rightarrow xPz$，

(4) $xPy \ \& \ yPz \rightarrow xPz$。

证明

(1) $xIy \ \& \ yIz \rightarrow (xRy \ \& \ yRz) \ \& \ (yRx \ \& \ zRy) \rightarrow xRz \ \& \ zRx \rightarrow xIz$。

(2) $xPy \ \& \ yIz \rightarrow xRy \ \& \ yRz \rightarrow xRz$。所以，仅当 zRx 即 xIz 时，(2)不成立。假设有 xIz，则由(1)，因 $xIz \ \& \ yIz \rightarrow xIy$，得 xIy，但 xIy 是不成立的。

(3) 证明完全类似于(2)。

(4) 可以看出，$xPy \ \& \ yPz \rightarrow xRy \ \& \ yRz \rightarrow xRz$，故仅当 zRx 即 xIz 时，(4)不成立。然而，若 xIz，则由(3)和 xPy 得 zPy，但 zPy 是不成立的。

我们将上述四个性质(1)—(4)依次记作 II，PI，IP 和 PP。

有下面两个基本结果：

引理 1*.b 任何有限的拟序集至少有一个极大元[1]。

证明 设元素是 $x_1, x_2, \cdots, x_n$，令 $a_1 = x_1$。下面依据递推规

[1] 见 Birkhoff(1940)中的定理 1.4，p. 8。Birkhoff 讲的是"偏序系统"，但证明没有用到反对称性。

则：当 $x_{j-1}Pa_j$ 时令 $a_{j+1}=x_{j-1}$，否则令 $a_{j+1}=a_j$ 。由构造，a_n 必定是极大元。

引理 1*.c 若 R 是自反的，则 $xPy \leftrightarrow \{x\}=C(\{x, y\}, R)$[1]。

证明 因为由 R 的自反性有：xRx，所以

$$xPy \rightarrow xRy \ \& \ \sim(yRx)$$
$$\rightarrow \{x\}=C(\{x, y\}, R)。$$

又由自反性：yRy 知

$$\{x\}=C(\{x, y\}, R) \rightarrow xRy \ \& \ \sim(yRx) \rightarrow xPy。$$

于是，x 是 $\{x, y\}$ 的选择集的唯一元素当且仅当 x 严格偏好于 y。

对于某些情况，极大集和选择集之间的关系是重要的。我们已经知道 $C(S, R) \subset M(S, R)$，可以进一步指明如下结果：

引理 1*.d 对于一拟序 R，若 $C(S, R)$ 非空，则 $C(S, R)=M(S, R)$。

证明 设 $x \in C(S, R)$，则

$$z \in M(S, R) \rightarrow \sim(xPz),$$

因 xRz，

$$\rightarrow xIz。$$

由引理 1*.a 和 $x \in C(S, R)$，

$$\rightarrow \forall y:[y \in S \rightarrow zRy] \rightarrow z \in C(S, R)。$$

因此，$M(S, R) \subset C(S, R)$。从已知 $C(S, R) \subset M(S, R)$，即得 $C(S, R)=M(S, R)$。

容易得到下面的结果：

---

〔1〕 见 Arrow(1951)中的引理 2，p. 16。

引理 1*.e 对于一有限集合 S 上的任一拟序 R，有

$$\forall x, y:[x, y \in M(S, R) \to xIy] \leftrightarrow [C(S, R) = M(S, R)]。$$

证明 假设反之 $C(S, R) \neq M(S, R)$，但 $\forall x, y:[x, y \in M(S, R) \to xIy]$，则由引理 1*.d 知 $C(S, R)$ 是空集。设 $x_0 \in M(S, R)$，显然有 $\sim [x_0 \in C(S, R)] \to \exists x_1 \in S: \sim (x_0 R x_1)$。因为 x_1 不可能属于 $M(S, R)$，不然会意味有 $x_0 I x_1$，于是 x_1 显然属于它的补集 $C_M(S, R)$。但是，这蕴涵 $\exists x_2 \in S: x_2 P x_1$。同样地，$x_2$ 不可能属于 $M(S, R)$，因不然意味着 $x_0 I x_2$，则 $x_0 P x_1$。所以，x_2 属于 $C_M(S, R)$。同理，$\exists x_3 \in S:[x_3 P x_2 \ \& \ x_3 \in C_M(S, R)]$。

当 $C_M(S, R)$ 中有 n 个方案时继续这一过程，我们得到最后方案 x_n 有 $x_n \in C_M(S, R)$，同时对所有 $C_M(S, R)$ 中的 y 有 $x_n P y$。此外，有 $\sim (x_0 P x_n)$，因为不然，由 P 的传递性得 $x_0 P x_1$，这是不对的。由于 S 中的所有元素除 x_0 外均属于 $C_M(S, R)$，由论证推知 x_n 必是一极大元。但假设 x_n 属于补集 $C_M(S, R)$，这导致矛盾。（注意，在证明中 S 的有限性并不是必要的，而只用到 $C_M(S, R)$ 的有限性。因此，对引理 1*.e 还可适当地推广）。

反之，设 $C(S, R) = M(S, R)$。立即可得 $x, y \in M(S, R) \to x, y \in C(S, R)$，故 $xRy \ \& \ yRx$，即 xIy。

§1*.4 子关系和兼容性

考虑两个拟序 Q_1 和 Q_2。现在引进“子关系”概念。

定义 1*.5 Q_1 是 Q_2 的子关系当且仅当对所有的 $x, y \in X$，有

(1) $xQ_1 y \to xQ_2 y$，

(2) $[xQ_1 y \ \& \ \sim (yQ_1 x)] \to \sim (yQ_2 x)$。

即对于 Q_1，x 与 y“至少一样好”（或 x“好于”y），则对 Q_2 亦然，但反

之不一定成立。

拟序与序之间的兼容性也是一重要概念。

定义 1*.6 若拟序 Q 是一个序 R 的子关系，则称 R 与 Q 是兼容的。

下面，指出两个一般性结果，这里不予证明。

引理 1*.f 对于每一拟序 Q，存在一个与 Q 兼容的序 R〔1〕。

引理 1*.g 若一拟序 Q 使 $\forall x, y \in S \subset X: xQy \leftrightarrow x = y$，并且 T 是 S 上元素的一个序，则存在一个 X 上所有元素的序 R 使得 R 与 Q 以及 T 都是兼容的〔2〕。

对于任何一个特定的应用，上述两个引理是平凡的，但在完全一般性的情况下并不如此。注意引理 1*.g 包括了引理 1*.f，并且引理 1*.g 说明任何拟序可以在一个子集上与一个序完全一致，而此拟序在每一对方案上都是非完全的。

我们可以定义两个拟序之间的兼容性如下：

定义 1*.7 两个拟序 Q_1 和 Q_2 是兼容的当且仅当存在一个序与每一个都是兼容的。

直接有以下结果。

引理 1*.h 若拟序 Q_1 是拟序 Q_2 的一个子关系，则 Q_1 和 Q_2 是兼容的。

引理 1*.i 若一拟序 Q 使 $\forall x, y \in S \subset X: xQy \leftrightarrow x = y$，并且 T 是 S 上元素的一拟序，则存在一个 X 上所有元素的序 R 使得 R 与 Q 以及 T 都是兼容的。

引理 1*.i 是引理 1*.g 的稍微推广。由引理 1*.f，可以在 S 上

〔1〕 参见 Szpilrajn(1930),pp. 386—389。Szpilrajn 考虑的是偏序，但对拟序的证明是类似的。

〔2〕 Arrow(1951),pp. 64—68。

定义一个与 T 兼容的序 T^*，又由引理 1*.g 知，存在一个定义在 X 上与 Q 和 T^* 都兼容的序 R。容易证明，若在 X 上 R 与 T^* 是兼容的，而 T 是 T^* 的一个子关系，则 R 与 T 也是兼容的。然而，这意味着，若取两个拟序，使得其中每一个对另一具完全性拟序的每一方案对不具完全性，则这两个拟序是兼容的。在社会选择中，这对于允许同时使用几个独立的有关偏好的原则可能是重要的。

§1*.5 选择函数与拟传递性

在§1*.2，我们已定义了选择集，现在再定义选择函数。

定义 1*.8 定义在 X 上的一个选择函数 $C(S, R)$ 是一个泛函关系，它使得对 X 的每一非空子集 S，选择集 $C(S, R)$ 是非空的†。

因此，存在在 X 上定义的一个选择函数 $C(S, R)$，等价于在 X 的每一非空子集中都有一最好元。对于理性选择，选择函数的存在性显然是重要的。

若一个偏好关系不具完全性，则显然不存在选择函数。由于在 X 中存在某方案对 (x, y) 使 xRy 和 yRx 都不成立，故这个对 (x, y) 的选择集是空的。同样地，若不具自反性，也不可能有选择函数，因为存在某方案 x，使得它不与本身一样好。

若在自反性和完全性的基础上，再假设具有传递性，则得到一个序。在考虑不具传递性时是否有选择函数的可能性之前，注意到关于序的一个结果。

引理 1*.j 若 R 是定义在有限集 X 上的序，则在 X 上也定义

† 译注：所谓 X 上的选择函数 $C(S, R)$，实际上是从 X 中的非空集合 S 至非空集合 $C(R, S)$ 的一个集-集映射。

了一个选择函数 $C(S, R)$。

此引理的证明类似于引理 1*.b 的证明，这里从略。当集合 X 不是有限时，X 上序的存在当然不能保证有一选择函数。例如，对于 $j = 2, 3, \cdots, \infty$，可以有 $x_j P x_{j-1}$。

在给定自反性和完全性的情况下，传递性是在有限集上选择函数存在的充分条件，而不是必要条件。下面给出一个更弱的充分条件。

定义 1*.9 若对所有的 $x, y, z \in X$，$xPy \;\&\; yPz \rightarrow xPz$，则 R 是拟传递的。

在引理 1*.a 中，这一条件被记作 PP。

引理 1*.k 若 R 在一有限集 X 上是自反的、完全的和拟传递的，则在 X 上定义了一个选择函数 $C(S, R)$〔1〕。

证明 设在 $S \subset X$ 中有 n 个方案，即 $x_1, \cdots, x_n$。首先，考虑方案对 (x_1, x_2)。由 R 的自反性和完全性可知，在这对方案中有一最好元。现在用归纳法证明，当 $(x_1, \cdots, x_j)$ 有一最好元时，$(x_1, \cdots, x_j, x_{j+1})$ 也有一最好元。设 a_j 是前一集合的最好元，则对于 $k = 1, \cdots, j$，有 $a_j R x_k$。又总有 $x_{j+1} P a_j$ 或 $a_j R x_{j+1}$。若后者成立，则 a_j 也是 $(x_1, \cdots, x_{j+1})$ 的最好元；若前者成立，则只有当存在某个 $k = 1, \cdots, j$，使 $x_k P x_{j+1}$ 时，x_{j+1} 不是 $(x_1, \cdots, x_{j+1})$ 的最好元。因此，由 R 的拟传递性得 $x_k P a_j$，这与 $a_j R x_k$ 矛盾。证毕。

注意，对于一有限集来说，拟传递性是选择函数存在的充分条件，而不是必要条件。确实，可以表明，不存在定义在三个元素上的任何条件能够是选择函数存在的必要条件。现在，引进非循环性。

---

〔1〕 参见 Sen(1969)的定理Ⅱ，也见 Pattanaik(1968)。对于无限集，P 必须是"有基底的"，即不允许有无限长的下降链。这是 Whitehead 和 Russell 的满意序概念的一个方面(1913)。关于这个以及有关选择函数的其他问题，参见 Herzberger(1968)。

定义 1*.10 R 在 X 上是非循环的当且仅当下式成立：

$\forall x_1, \cdots, x_j \in X: [\{x_1 P x_2 \;\&\; x_2 P x_3 \;\&\; \cdots \;\&\; x_{j-1} P x_j\} \rightarrow x_1 R x_j]$。

引理 1*.1 若 R 是自反的和完全的，则 $C(S, R)$ 在一有限集 X 上有定义的一个充分和必要条件是，R 在 X 上是非循环的。

证明 先证必要性。假设 R 不是非循环的，则 X 中存在含有 j 个方案的某个子集，使得 $x_1 P x_2, \cdots, x_{j-1} P x_j, x_j P x_1$。显然，在这子集中没有最好元，故在 X 上不存在选择函数。为证充分性，注意到当所有方案相互之间无差异时，它们都是最好元，所以我们只需考虑至少有一个严格有序对的情况，不妨设其为 $x_2 P x_1$。现在，只有当 X 中存在某个元素譬如 x_3，使得 $x_3 P x_2$ 时，x_2 才不是 S 的最好元。若 $x_1 P x_3$，则由非循环性得 $x_1 P x_2$，导致矛盾。于是，x_3 是 $\{x_1, x_2, x_3\}$ 的最好元。继续此过程，我们可以取尽 S 中所有元素而不会使选择集成为空集。由此，非循环性是必要的也是充分的。

注意，三元非循环性即 $\forall x, y, z \in X: [xPy \;\&\; yPz \rightarrow xRz]$，并不是选择函数存在的充分条件，因为从三元非循环性并不能推出整个集合上的非循环性。例如，考虑四个方案 x_1, x_2, x_3, x_4 的集合，并且 $x_1 P x_2$，$x_2 P x_3$，$x_3 P x_4$，$x_4 P x_1$，以及 $x_1 I x_3$ 和 $x_2 I x_4$，其中没有三个元素是违反非循环的，但整个集合则不具非循环性，并且在整个集合上不存在最好元。

引理 1*.1 包含引理 1*.j 和 1*.k，因为拟传递性是三元上的一个条件，它意味着非循环性，但反之不然。

§1*.6 偏好和理性选择

从某方面说，选择函数的存在性是理性选择的一个条件。这里定义的选择函数是以二元偏好关系为基础的，由此非空选择集的存

在性等价于某个与集合中每一个其他方案至少一样好方案的存在性。这本身就是一理性性质，早在 1785 年孔多塞(Condorcet)讨论多数规则时就已注意到。

然而，我们也可从选择函数的性质来定义某些理性条件(见阿罗(1959))。为此，记 $C(S)$ 为定义在某个 X 上的任一选择函数，而无需表明是从某二元偏好关系导出的。当然，容易看出不能从任何二元关系导出选择函数，例如 $C(\{x, y, z\}) = \{x\}$ 以及 $C(\{x, y\}) = \{y\}$。为了保证不仅能选择而且能理性地选择，必须给出选择函数的某些性质。考虑(见森(1969))：

性质 α：对所有的 x，有 $x \in S_1 \subset S_2 \rightarrow [x \in C(S_2) \rightarrow x \in C(S_1)]$。

性质 β：对所有的 x, y，有 $[x, y \in C(S_1) \,\&\, S_1 \subset S_2] \rightarrow [x \in C(S_2) \leftrightarrow y \in C(S_2)]$。

性质 α 表明，若 S_2 的子集 S_1 中某元素在 S_2 中是最好元，则它在 S_1 中也是最好元。这是理性选择的一个非常基本的要求，在其他场合中又被称为“无关方案独立性”条件[1]。性质 β 虽然或许不像性质 α 那样具有直觉感，它也是吸引人的。它要求，若 x 和 y 是 S_2 的子集 S_1 中的两个最好元，则不会有其中一个不是 S_2 中的最好元，而另一个是 S_2 中的最好元。例如，性质 α 表明，若某项比赛的世界冠军是巴基斯坦人，则他一定也是巴基斯坦的冠军；而性质 β 表明，若某个巴基斯坦人是世界冠军，则巴基斯坦的所有冠军都是世界冠军。

本章的以下部分主要出自森(1969)。

---

〔1〕 参见 Nash(1950)，Chernoff(1954)，Rodner 和 Morschak (1954)，以及 Luce 和 Raiffa (1957)。然而，不要把这一条件与 Arrow(1951)的具有同一名称的条件相混淆，Arrow的条件是关于社会偏好和个体偏好之间的之函关系† 的一个条件，见第 3* 章。

† 译注：严格地说，应是映射关系。

引理 1*.m 由二元关系 R 产生的每一选择函数 $C(S, R)$ 都满足性质 α，但不一定满足性质 β。

证明 若 x 属于 $C(S, R)$，显然对 S 中的所有 y 有 xRy，从而对 S 的任何子集中的所有 y 有 xRy。因此，性质 α 满足。

现在考虑三个元素 x, y, z，使得 xIy, xPz 和 zPy。显然有 $\{x, y\} = C(\{x, y\}, R)$，并且 $\{x\} = C(\{x, y, z\}, R)$，而这违反性质 β。

满足性质 β 的选择函数，似乎与满足引理 1*.a 中提到的条件 PI 的偏好关系之间很有关系。

定义 1*.11 关系 R 在 X 上是 PI 传递的当且仅当对于 X 中所有的 x, y, z，有 $xPy \; \& \; yIz \rightarrow xPz$。

引理 1*.n 由一个二元关系 R 产生的选择函数 $C(S, R)$ 满足性质 β 当且仅当 R 是 PI-传递的[1]。

证明 从前面可知，一个二元关系必须是完全的和自反的才能产生选择函数。现在，假设不满足 PI 传递性，则存在三个元素 x, y, z，使得 xPy, yIz 和 zRx。显然有 $\{y, z\} = C(\{y, z\}, R)$，进一步有 $z \in C(\{x, y, z\}, R)$，但 $\sim[y \in C(\{x, y, z\}, R)]$，于是不满足性质 β。

反之，假设不满足性质 β，则有一方案对 (x, y) 使得 $x, y \in C(S_1, R)$, $x \in C(S_2, R)$，并且 $\sim[y \in C(S_2, R)]$，其中 $S_1 \subset S_2$。显然，在 S_2 中存在某 z 使 $zPy \; \& \; xRz$。因 $x, y \in C(S_1, R)$，故 xIy。据此，由 PI 传递性有 $zPy \; \& \; yIx \rightarrow zPx$，但我们知道 xRz。因此，R 不可能具 PI-传递性。引理得证。

PP（拟传递性）、PI，以及传递性之间的确切关系是什么呢？

引理 1*.o (a) 一般地说，PP 和 PI 是完全相互独立的。

---

〔1〕 参见 Sen(1969)的定理Ⅲ。

(b) 给定 R 具完全性，则 PP 和 PI 一起蕴涵传递性。

证明 考虑两个例子来证明(a)。设 xPy, yPz 和 zPx，这违反 PP，但不违反 PI。再设 xPy, yIz 和 xIz，这违反 PI，但不违反 PP。

用反证法证明(b)。假设 PI 和 PP 成立，但传递性不成立，则对某三个元素 x, y, z 必有 xRy, yRz 和 $\sim(xRz)$，由 R 的完全性即有 zPx。现在，xRy 意味着 $xPy \vee xIy$。假设是 xPy，则从 zPx 和 PP 有 zPy，但这是不可能的，因此 xIy。又从 zPx 和 PI 有 zPy，这同样是不可能的。这一矛盾证明了引理。

然而，若 R 必定产生一选择函数，则在 PI 和 PP 之间有密切关系，即 PI 蕴涵 PP(可是反之不成立)。于是，PI 与全传递性等价†。

引理 1*.p 若一个二元关系 R 产生一选择函数，则 PI-传递性蕴涵 R 是一个序[1]。

证明 R 的自反性和完全性是显然的。由引理 1*.o，只需证明 PI 蕴涵 PP。

假设 PP 不满足，则存在三个元素 x, y, z 使得 xPy, yPz 和 zRx。若 zPx，则 $C(\{x, y, z\}, R)$ 是空集，因此 zIx 成立。但是由 PI 有 $[yPz \,\&\, zIx] \rightarrow yPx$ 。然而，因已知 xPy，于是 PI 必定被违反。据此，PI 蕴涵 PP，故 PI 也蕴涵 R 是一个序(由引理 1*.o)，从而完成证明。

从引理 1*.n 和引理 1*.p，立即可得如下推论：

引理 1*.q 由一个二元关系 R 产生的选择函数 $C(S, R)$ 满足性质 β 当且仅当 R 是一个序[2]。

---

† 译注：此处的"全传递性"即 p. 8 定义的"传递性"(也即 p. 4 上的"完全传递性")。加上"全"是为强调与拟传递性(PP)及 PI 等的区别。下同。

[1] Sen(1969)的定理Ⅳ。

[2] Sen(1969)。也参见 Arrow(1959)。

为了进一步展现传递性的各个方面，我们进而注意在不管选择函数存在与否时的某些限定关系。

引理 1*.1 若 R 是完全的，则

(a) $PP \leftrightarrow IP$；

(b) $PI \rightarrow II$；

(c) $PP \,\&\, II \rightarrow PI$。

在此证明从略。(a)的证明可在索南夏因(Sonnenschein，1965)和洛里默(Lorimer，1967)中找到，(b)和(c)的证明在森(1969)中给出，它们都是直接易懂的[1]。

最后，用两个图形分别显示 PP，PI，II，IP，与 R 的传递性 T 之间，以及一个有限集 S 上 $C(S, R)$ 的存在性和满足理性条件 α 和 β 之间的主要关系，箭头方向表示蕴涵方向。在图 1*.2 中，当选择函数 $C(S, R)$ 存在时，方框中的相互蕴涵关系成立。

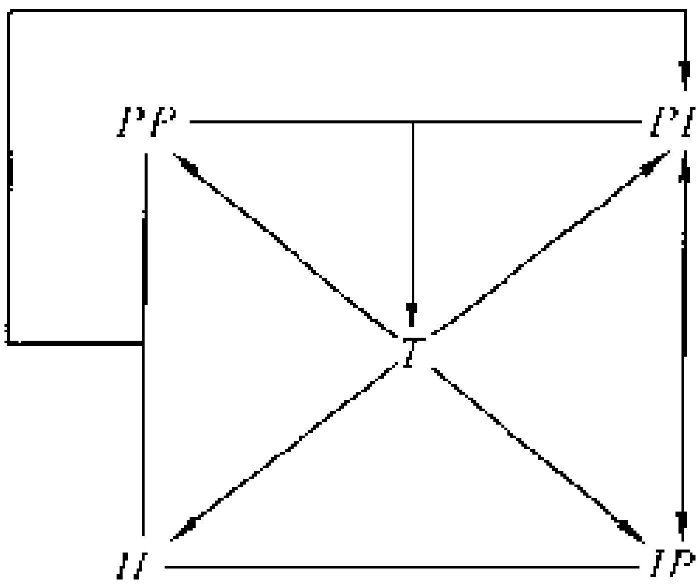

图 1*.1

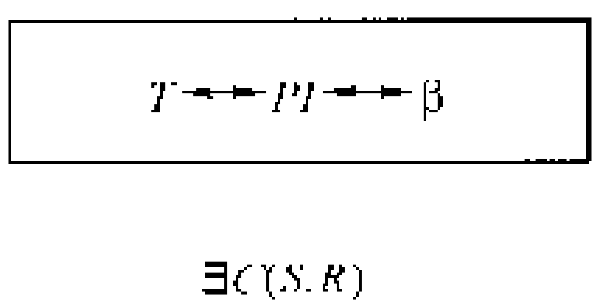

图 1*.2

[1] 关于偏好和选择的某些重要结果，这里不作进一步引申，读者可在 Herzberger(1968)和 Hansson(1969)中找到。

第 2 章

一 致 性

§2.1 帕莱托准则

一个十分简单的社会福利的比较准则，是与帕莱托(Pareto,1897)的名字联系在一起的。它采用以下两条规则：(a)若社会中每一个人对两个不同的社会情况 x 和 y 都是无差异的，则整个社会对它们也应是无差异的；(b)若至少有一个个体认为 x 严格优于 y，并且所有的个体认为 x 与 y 至少一样好，则该社会应认为 x 优于 y。这一准则显然有吸引人之处。当(a)被满足时，任何人对社会在两方案之间的选择是无所谓的，因而选择任一方案都没有问题。当(b)被满足时，没有人要 y 而不要 x，并且有人要 x 而不要 y，因而社会作为个体的汇集，要 x 而不要 y 是合理的。

为使我们的术语清晰起见，当(a)成立时，称该社会对 x 与 y 是帕莱托无差异的；当(b)成立时，则称 x 帕莱托好于 y。现在，我们可以考虑帕莱托最优性的概念。在一给定的选择情况下，考虑可供选择的方案集 X。若在集合 X 中没有其他的方案帕莱托好于 x，则称属于该集合中的方案 x 是帕莱托最优的。这就是说，如果我们不能从中找到一个方案，使得每个人都认为它与 x 至少一样好，并且至少有一个人认为它严格好于 x，那末 x 是帕莱托最优的。

现代福利经济学的许多论述都基于这一出发点。一个系统或一个政策的"最优性"，常常取决于看它是否具有帕莱托最优性[1]。就一般的标准来说，这看来似乎是对的，但它究竟对到什么程度？如果某一个个体认为 x 优于 y，而另一个认为 y 优于 x，那末用帕莱托准则就不能对它们作社会比较，不管该社会有多少人并且他们对 x 和 y 是怎样评估的。显然，从帕莱托准则导出的社会偏好关系虽然具有自反性和传递性（若每一个个体有一拟序），可能不具完全性，即使构成社会的所有个体都具有完全的偏好序。确切地说，帕莱托准则的不完全性程度取决于个体的一致性程度。一个极端情形是，大家都有相同的偏好序[2]，则社会序在此特殊情形下是完全的。对于另一极端情形，当社会中两个个体具有完全相反的偏好时[3]，用帕莱托准则就不能对不同的方案进行相互比较。这两种极端情形并不常见，对于一般介于二者之间的情形，用帕莱托准则能够作某些比较，但不是全部比较。能作多少比较则要视具体情况而定。

在福利经济学的艰难领域中，哪怕轻微的改善也是起作用的，因此尽管帕莱托准则不具完全性，它还是相当值得推荐的。但是，只考虑帕莱托最优性是危险的。对于一个当有些人非常奢侈而另一些人则近于饥寒交迫的经济，只要无法使穷困者的生活得到改善，同时又不让有钱人有所付出，那末在帕莱托最优的意义下可以是最优的。假如不让尼禄皇帝*把罗马烧毁会使他不高兴，那末让

[1] 见关于竞争均衡的最优性的文献，即 Arrow(1951a)，Debreu(1959)。

[2] 实际上，并非需要完全相同，只要每当有人认为 x 优于 y 时所有其他人认为 x 与 y 至少一样好，即可。

[3] 更明确地说，两个个体对所有方案各有一强序，而且每当其中一人认为一方案优于另一方案，另一人则反之。

* 译注：尼禄（Emperor Nero，公元 37—68 年），有名的罗马暴君。

他把罗马毁掉也是帕莱托最优的。简单地说，一个完全使人厌恶的社会或经济，仍然可以是帕莱托最优的。

§2.2 帕莱托包含选择规则

我们称从个体序到社会序的方法为“集体选择规则”(CCR)。例如，“多数决定方法”(MMD)就是CCR的一种。此方法是：社会认为x与y至少一样好当且仅当认为x优于y的人数不少于认为y优于x的人数。MMD常常会给出不具传递性的社会偏好，但在能对任一对方案作出“择优决定”的意义上，它总能给出完全的社会偏好序，即社会认为x与y至少一样好，或y与x至少一样好。帕莱托准则本身也可被认为产生一个CCR，但因帕莱托关系的可能的不完全性，它不是对任一方案对都能作出择优决定的。所有帕莱托最优的元素之间是不能相互排序的。

一个把帕莱托关系包括在内但可能超出它的CCR被称为帕莱托包含CCR。MMD是一个帕莱托包含CCR。在多数性表决中，若x帕莱托优于y，则x一定严格胜于y，但在x与y之间可能是帕莱托不可比的情形下，在多数性表决中两者之一仍会胜过对方(或两者平局，表示社会无差异)。如果认为帕莱托准则很有说服力，那末我们应集中精力于各种帕莱托包含CCR。

从包含不止一个元素的帕莱托最优集合中，要得到某一特定的“最好”方案的途径是把帕莱托最优方案有序化。例如，我们可以把收入分配也考虑进去[1]，因为帕莱托准则是以有效性定向的，而对于收入分配则是中性的。这里也存在困难，我们将在以后给予某些

[1] 见Fisher(1956)，以及Kenen和Fisher(1957)。

讨论。

推广帕莱托关系的一个特别简单的方法，是把所有的帕莱托最优点看作是无差异的。这相当于特意地不把分布考虑进去。我不相信这样做会引起许多人的兴趣，假如现代福利经济学对于帕莱托关系几乎唯一的关心是一种指征的话，我也不怀疑会引起某些人的兴趣。我们将有机会在第5和5*章中更严密地考查这一点。

有些CCR也可能不是"确定的"，但能产生比帕莱托关系更广泛的同时包含它的偏好关系。譬如，在总福利（第7和7*章）、协商解决（第8和8*章）以及公正（第9和9*章）的某些准则中可见到。可以说，通常考虑的CCR大多数至少在弱的形式下是帕莱托包含的。

在帕莱托准则†的弱形式中，若社会中所有的人认为x严格优于y，则可说社会认为x比y好。这一准则比通常的帕莱托准则所表达的含义要少，因为它没有表达有人认为x优于y同时所有的人认为x与y至少一样好的情形。

如果在这一要求较高的意义下x是帕莱托优于y的，就很难说社会不应认为x优于y。如果社会中的所有人都要x而不是y，那末在什么意义上社会可以认为y优于x，或甚至是无差异的，或是不能确定的？[1] 这一论断是十分强有力的，但我怀疑它是完全不允许有例外的。若在一对方案之间的选择仅仅基于对这对方案的个体偏好，则问题看来是足够简单的。但是，若在一个CCR中，社会对x和y的选择依赖于个体对其他方案对（如x和z，以及y和z）的偏好，则问题就不那么简单了。由于这太复杂，因而在没有对集体选择规则作进一步的研究时，我们不对此进行

† 译注：此处原文混淆为帕莱托原则，但帕莱托原则应指第3和3*章中的条件P。
(1) 参照Cassen(1967)。

讨论，而将其推迟至第 6 章中讨论。目前，我们把帕莱托准则作为令人信服的。然而，事实上它是非常不完全的，我们还需要更多的东西。

§2.3 意见一致作为集体行为的基础

尽管帕莱托拟序有其不完全性，近年仍有人提出把广泛的一致或一致性作为社会行为的基础。特别是布坎南和塔洛克(Buchanan and Tullock，1962)对由此产生的结果进行了相当耐心的分析，认为与其他方法相比此法是较好的。只有当得到一致性决定的代价太高时，才允许不遵从一致性规则。

> 我们发展至今的具有宪法意义的个体主义理论，是把唯一一个决策规则——即广泛的一致或一致性放在一个中心位置。其他可能用于选择的规则是作为一致性规则的变形而引进的。从理性上讲，选择这些变形，与其说是因为他们将会给出“更好的”集体决定(他们不会)，不如说从权衡搜寻决策所花费用的分量考虑，使得我们不得不放弃“理想”的规则(布坎南和塔洛克(1962)，p. 96)。

在某问题上，当存在一致性观点时，这显然提供了一个令人十分满意的选择基础。社会选择的困难，就是由于在很多问题上并不存在一致性意见。那么我们应该怎么办？一种回答是对变更强调一致性，即若对提出的变更不存在一致性看法，则保持现在状态。社会选择的规则可被概括为：若有人偏好方案 x 而不是现在状态 y，同时没有人认为 x 比 y 更差，则 x 社会优于 y；若这个条件不满足，现在状态 y 就优于方案 x。

这个方法是极端保守的。只要有一个人反对变更，不管所有其

他人的愿望如何，就会使之通不过[1]。玛丽·安托瓦内特†对第一共和国的反对若会拯救法国的君主制，世界将不会有什么变化了。显然，这种社会决定规则是极其不能令人满意的。

布坎南和塔洛克认为"现代政治理论家们在他们的思想中可能过早地漠视了对一致性的要求"(布坎南和塔洛克(1962), p. 250)，同时"存在利益上的冲突并不排除获得一致性"(布坎南和塔洛克(1962), p. 255)。当然，在开始时没有一致性，通过讨论和协商有可能最终取得一致性。这种妥协和相互"交易"的过程，实质上即是"互让互利以获得一致通过的过程"[2]。换取你对我的强烈主张的支持，我可放弃对你的主张的温和反对。实际上，虽然开始时不存在一致性，而一致性还是有可能形成的。

这是一个有价值的观点，一个集体选择理论必须将如此的妥协考虑进去。另一方面，有两个解释性意见值得在本书中加以阐述。第一，我们想像中的集体选择规则，是基于对社会状态 x、y 等等完全的描述的个体序，它代表了在不同问题上决策的所有可能的，包括互投赞成票妥协的组合。布坎南-塔洛克论点指出的是，尽管在不同问题上有利害冲突，某些包含这种妥协一致性的

---

[1] Buchanan 和 Tullock(1962)称之为"一致性规则等同于一人决定的少数规则这一门相矛盾的结果"(p. 259)。但他们指出了"采取行动"权力和"阻止行动"权力在逻辑上的重要区别，并且肯定对于后一种情况，一致性才赋予各方这种权力。然而可疑的是，Buchanan 和 Tullock 的这种说法，即此种区别："代表了在别人身上强加外来费用的权力和阻止强加外来费用的权力这两者之间的区别"(p. 259)。这在很大程度上取决于它是什么样的一种行动。Buchanan 和 Tullock 讨论了强制捐税的情形，例如为了修路。然而，若一个反污染的决议因为没有一致性的支持而被否决，则一个个体(如排烟工厂的业主)就对其他人运用了强加外来费用的权力。

† 译注：法国皇后(Marie Antoinette, 1755—1793)。

[2] Buchanan 和 Tullock(1962), p. 255。见他们书中第 10 章对这一过程具启示性的讨论。也见 Wilson(1968), (1968a), (1968b)。

选择还是可能存在的。这当然不是说，个体排序一般地说一定是广泛一致的[1]。

第二，要强调：人们愿意接受什么样的妥协在很大程度上取决于他们对自身相对谈判实力的估计。一个社区的所有成员碰巧接受某一社会情况这一事实，并不一定意味着它是一致地被认为优于其他社会方案。在一买方独家垄断的劳工市场中，一名劳工可能会接受某一协议，因为他觉得没有希望能得到另外更好的协议，但这并不是说这一协议被一致地认为优于另一组条款。这一足够简单的观点表示，对一妥协结果的广泛接受并非一定是对结果的普遍赞同。在第8和8*章中，将会在一个伦理模型的要求下对协商解作详细的讨论。

我们将在第5章中考察把帕莱托-不完全性等同于社会无差异的含义。同时在第5*章中，将提出一组对这一相当任意的规则是必要的和充分的公理。

---

〔1〕对于在下一章讨论的Arrow的"不可能性定理"，Buchanan和Tullock声称当"有选票交易"时，"Arrow所描述的那种非理性的特殊形式是不可能的"(Buchanan和Tullock(1962), p. 332；以及注14, p. 359)。这似乎是基于对在其上定义个体偏好的方案本性的误解。对这一问题，见Arrow(1963), p. 109。

第 2* 章

集体选择规则和帕莱托比较

§2*.1 选择和帕莱托关系

设 X 是社会状态集，R_i 是第 i 个个体的偏好关系（设有 n 个人，$i = 1, \cdots, n$），R 是社会的偏好关系。假设每一个个体有一个序，即对每一个 i，R_i 具有反性、传递性和完全性。对社会偏好关系 R，则不能简单地作此假设。实际上，R 是否有这些性质，正是我们需要研究的，所以在现阶段我们并不要求 R 是一个序[1]。

定义 2*.1 一集体选择规则是一函数关系 f，它使对任何 n 个个体序 $R_1, \cdots, R_n$（每一个个体有一个序）的集合，确定一个且仅一个社会偏好关系 R，$R = f(R_1, \cdots, R_n)$。

定义 2*.2 一集体选择规则被称为是确定的当且仅当它的值域限于完全的偏好关系 R。

现在，定义帕莱托偏好（$\bar{P}$），无差异（$\bar{I}$），以及偏好或无差异（$\bar{R}$）。

定义 2*.3 对 X 中的所有 x，y，

[1] 在第 3* 章中，我们将研究要求 R 是序的特殊情形，这相应于 Arrow 的"社会福利函数"。

(1) $x\bar{R}y \leftrightarrow [\forall i: xR_iy]$,

(2) $x\bar{P}y \leftrightarrow [x\bar{R}y \ \&\ \sim(y\bar{R}x)]$,

(3) $x\bar{I}y \leftrightarrow [x\bar{R}y \ \&\ y\bar{R}x]$。

我们可以要求 $x\bar{R}y \leftrightarrow xRy$，因而从帕莱托关系得到一集体选择规则。或者，我们可以只要求 $x\bar{R}y \rightarrow xRy$、或 $x\bar{P}y \rightarrow xPy$，或 $x\bar{I}y \rightarrow xIy$，而不要求逆向成立。这将是对集体规则的一个条件，而本身不是一个规则。

容易检验，$\bar{R}$一定是一拟序。

引理 2*.a 对于每一个个体偏好的逻辑上可能的组合，关系$\bar{R}$是一拟序。

证明 因为 $\forall x \in X: xR_ix$，故$\bar{R}$是自反的。进而有

$$\begin{aligned}\forall x, y, z \in X: [x\bar{R}y \ \&\ y\bar{R}z] &\rightarrow \forall i: [xR_iy \ \&\ yR_iz]\\ &\rightarrow \forall i: xR_iz\\ &\rightarrow x\bar{R}z。\end{aligned}$$

关系$\bar{R}$不一定是一个序，因为它可能不具完全性。那末在什么情况下$\bar{R}$是一个序呢？

引理 2*.b $\bar{R}$是一个序和$R=\bar{R}$是一确定的集体选择规则的一个必要和充分条件是

$$\forall x, y \in X: [(\exists i: xP_iy) \rightarrow (\forall j: xR_jy)]。$$

证明 对于任何一对(x, y)，若对所有的i有xI_iy，则条件显然满足，而且$x\bar{I}y$。再若 $\exists i: xP_iy$，则 $\forall j: xR_jy$，因而 $x\bar{R}y$。另一方面，若条件不满足，则 $\exists i: xP_iy \ \&\ \exists j: yP_jx$ 从而 $\sim(x\bar{R}y) \ \&\ \sim(y\bar{R}x)$，这就违反了完全性。于是，条件是充分和必要的。

我们可以定义严格帕莱托关系的一个较弱的形式。

定义 2*.4 对于 X 中所有的 x，y，

$$x\overline{\overline{P}}y \leftrightarrow \forall i: xP_iy。$$

我们不给证明指出以下两个结果，它们的证明是显然的。

引理 2*.c 对于个体偏好的每一逻辑上可能的组合，$\overline{P}$和$\overline{\overline{P}}$都是严格偏序（传递的和非对称的）。

引理 2*.d

$$\forall x, y \in X: x\overline{\overline{P}}y \rightarrow x\overline{P}y。$$

假设对所有的 x，y 有 $xPy \leftrightarrow x\overline{\overline{P}}y$，这并不定义一个集体选择规则。这是因为 $\sim(x\overline{\overline{P}}y)$ 不能确定是否有 yRx。我们知道，$xPy \leftrightarrow [xRy \ \& \ \sim(yRx)]$，所以$\sim(xPy)$可以与不完全性同时存在，即 $\sim(xPy) \ \& \ \sim(yRx)$，或与无差异性同时存在，即 xIy。我们可以假设 $xRy \leftrightarrow x\overline{\overline{P}}y$，或 $xRy \leftrightarrow \sim(y\overline{\overline{P}}x)$，或这两个关系之间的某个关系。这些都是集体选择规则。注意，在第一种情况，R 可能不是完全的，而在第二种情况它一定是完全的。

我们可以对$\overline{P}$作同样的观察。类似地考虑 $xRy \leftrightarrow x\overline{P}y$，或 $xRy \leftrightarrow \sim(y\overline{P}x)$，或其他关系。同样地，在第一种情况下 R 可能违反完全性，而在第二种情况下它必具完全性。

传统的福利经济学，在每当 $x\overline{R}y$ 时取 xRy 和每当 $x\overline{P}y$ 时取 xPy 的意义上，本质上是"帕莱托的"。我们把满足这些条件的集体选择规则类称作帕莱托包含选择规则。

定义 2*.5 一个集体选择规则是帕莱托包含的当且仅当它的值域局限于使帕莱托关系$\overline{R}$成为社会偏好关系 R 的一个子关系，即

$$\forall x, y \in X: [(x\overline{R}y \rightarrow xRy) \ \& \ (x\overline{P}y \rightarrow xPy)]。$$

如果一社会状态，它不比方案集 S 中任何其他方案帕莱托劣，则说它在 S 中是帕莱托最优的。

定义 2*.6 对于任何一个 n 元个体偏好 $(R_1, \cdots, R_n)$，一个

状态 $x \in S$ 在 S 中是帕莱托最优的当且仅当 $\sim[\exists y \in S: y\overline{P}x]$。帕莱托最优的状态也称为是经济有效的。

引理 2*.e 对于在任一有限社会状态集 S 上每一个个体偏好集 $(R_1, \cdots, R_n)$，至少存在一个帕莱托最优的状态。

证明 由引理 2*.a，帕莱托偏好关系 $\overline{R}$ 是一拟序。同时，帕莱托最优的子集不过是 S 相对于 $\overline{R}$ 的极大集，即第 1* 章中所定义的 $M(S, \overline{R})$。由引理 1*.b，当 S 是有限的和 R 是一拟序时，$M(S, R)$ 一定是非空的。

§2*.2 补偿试验

现在，我们转向以"补偿试验"的形式对帕莱托规则的一组推广尝试。设 $S(x)$ 是能从 x 通过再分配得到的所有社会状态的集合。当然，$x \in S(x)$。卡尔多(Kaldor, 1939)提出的补偿试验认为，x 胜于 y 当且仅当我们能够从 x 通过再分配得到一状态 z，使得根据帕莱托准则有 $z\overline{P}y$，即若存在一种手段从 y 到 x，得益者可补偿受损者，同时还能保留部分得益。

定义 2*.7 根据卡尔多补偿试验，对任何 $x, y \in X$：

$$[xPy] \leftrightarrow \exists z: [z \in S(x) \ \& \ \forall i: zR_iy \ \& \ \exists i: zP_iy]。$$

这包含了从帕莱托准则导出的在以下意义上的严格偏好关系：若 $x\overline{P}y$，则按卡尔多准则 x 好于 y。这是很明显的，因为 $x \in S(x)$。现在，我们指出一个最初由塞托夫斯基(Scitovsky, 1941)给出的令人沮丧的结果。

引理 2*.f 卡尔多试验在某种偏好结构上与每一可能的 CCR 是不相容的。

证明 这是由于根据卡尔多试验，我们可能有 xPy 和 yPx。

为此，取 x、$y \in X$ 使得按照帕莱托准则，$\exists z \in S(x): z\overline{P}y$，并且 $\exists w \in S(y): w\overline{P}x$[1]。这立即得到不相容性。

塞托夫斯基补偿试验排除了这一不相容性。

定义 2*.8 根据塞托夫斯基补偿试验，对任意的 x，$y \in X$：xPy 当且仅当根据卡尔多补偿试验有 xPy & $\sim(yPx)$。

然而，由塞托夫斯基补偿试验得到的偏好关系有可能是不传递的，甚至是不拟传递的(见戈曼(1955))。

引理 2*.g 塞托夫斯基补偿试验可能产生一不具传递的 P。

证明 容易验证，对某些 x，y，$z \in X$，以下假设不存在矛盾：

(1) $[\exists x' \in S(x): x'Py]$ & $\sim[\exists y' \in S(y): y'\overline{P}x]$。

(2) $[\exists y' \in S(y): y'\overline{P}z]$ & $\sim[\exists z' \in S(z): z'Py]$，

(3) $\sim[\exists x' \in S(x): x'\overline{P}z]$。

显然，xPy，yPz，但根据塞托夫斯基试验，无 xPz。

下面给出一个在塞托夫斯基试验下，使 P 具有传递性的充分条件[2]。

引理 2*.h 对 X 中的所有 x，y，若

$$[\exists x' \in S(x): x'Py] \rightarrow \forall y' \in S(y): [\exists x'' \in S(x): x''\overline{R}y'],$$

则在塞托夫斯基试验下 P 是一严格偏序。

证明 对于任何三个 x，y，$z \in X$，由假设有

$$\begin{aligned} xPy \,\&\, yPz &\rightarrow \exists x' \in S(x): x'Py \,\&\, \exists y' \in S(y): y'\overline{P}z \\ &\rightarrow \exists x'' \in S(x): x''\overline{R}y' \,\&\, y'\overline{P}z, \end{aligned}$$

进而

[1] 对于这一不相容性的实际上的可信性，参见 Scitovsky(1941)和 Little(1950)。

[2] 参见 Samuelson(1950)。Samuelson 并不关心这种传递性，但事实上，他的“效用可能性边界”的一个完全外向转移条件是严格偏好具传递性的充分条件。

$$\rightarrow \exists x'' \in S(x): x'' \overline{P} z。$$

因此，除非 $\exists z' \in S(z): z' \overline{P} x$，则有 xPz。而这一假设若成立，则意味着 $\exists z'' \in S(z): z'' \overline{R} x' \ \& \ x' \overline{P} y$。但是，因为根据塞托夫斯基试验有 yPz，所以我们知道 $\sim [\exists z'' \in S(z): z'' \overline{P} y]$。这一矛盾建立了 xPz，因而引理得证。

事实上，在所引证的假设下，卡尔多偏好关系和塞托夫斯基偏好关系是等同的，因为在卡尔多试验下有 $xPy \rightarrow \sim (yPx)$。在这一特定情形下，卡尔多试验是完全相容的。

第3章 集体理性

§3.1 伯格森—萨缪尔森福利函数

考虑有关社会福利的一种理性的和系统的方法，是试图在所有可能的状态上对社会定义一个序。伯格森(Bergson，1938)在他的一篇开拓性的论文中表达了这一基本想法，虽然他在原文中的提法不完全是这样。社会福利可以被考虑为一个实值福利函数 W，"它的值依赖于所有被认为对福利有影响的变量"(伯格森(1948)，p. 417)。如果钟爱于帕莱托关系，此社会福利函数 W 可以包括帕莱托关系，不过这一假设并不是必要的。运用不同的准则，可以定义出不同的社会福利函数。方法是很一般的(萨缪尔森(1947)，第8章)。

作为对此种方法的一个应用例子，我们可以参照"社会无差异曲线"的有关文献。运用帕莱托无差异规则，定义社会无差异的方法之一是对社会中每个人都无差异。塞托夫斯基在一篇经典论文(1942)中考虑过这一问题。他要求，两堆不同商品属于同一社会无差异曲线当且仅当每个人对这两堆商品在个体上的某些分配是无差异的。这个概念可以用伯格森的社会福利函数来推广。当某人A认为 x 好于 y，而某人B认为 y 好于 x，若社会整体认为一方的得益正好弥补了另一方的损失，则对社会来说仍可能是无差异的。

萨缪尔森(1956),格拉夫(1957)等人分析了在塞托夫斯基意义上和在伯格森意义上保持社会福利不变的区别。若伯格森的社会福利函数是帕莱托包含的(一般是这样假设的),则塞托夫斯基意义上的社会无差异蕴涵伯格森意义上的社会无差异,但反之不成立。这相当于说,帕莱托拟序是包含在一个帕莱托包含的社会序之中的(见第2*章)。

伯格森的社会福利函数的概念是简单的,可能有一点隐晦,在此需要对它作几点澄清。首先,福利函数的形式还未被给出,它仅仅提出了理性的思考框架。若仅只有伯格森的福利函数概念,我们就不会有进一步的作为[1]。要有系统地引入"对目的作具体的决定"(伯格森(1948), p. 417),由此详细地说明关系的特性,而这很可能是困难的[2]。

其次,在这一分析中,从来没有提到社会福利函数代表了由谁提供的目的。它可能代表了一个伦理评论者的观点,或一个相容的多数人的决定,或寡头政治家的命令,或一独裁者的怪念头,或一个阶级的价值观,也或者仅仅是代表传统。对于社会序的来源并没有给予任何说明。

最后,从技术角度讲,作为表达选择的具体方法是不必要有所限制的。为了能够在各种社会状态中作出选择,并不一定要存在一个实值的 W 函数。所需要的是在所有可能的方案上有一个完全的社会序 R[3],而它在没有一个与之对应的实值福利函数存在的情

〔1〕 见 Samuelson(1947), p. 222。

若没有许多人想要给出 W 的形式,变量 z 的性质和约束性质的话,这一题材就可能会平凡地在此结束。

〔2〕 例如,见 Graaff(1957)在指数理论文中对"Bergson 边界"有关凸性的论述。

〔3〕 实际上,作选择并不一定要求有序,只要给出在每一选择情况能确定"最好"方案的偏好关系即可。我们在第1章曾讨论过此问题,在第4章中将作更深入的研究。

况下也能存在[1]。例如，在二维实空间上的一个"字典序"，就不能被任何一个实值福利函数所表示。

下面是关于字典序的一个简单例子。设有两个人的福利水平分别被表示为 W_1 和 W_2，同时社会目标是：(a)求 $\max W_1$；(b)给 W_1 以相同的值，求 $\max W_2$。假设 W_1 和 W_2 可在 0 和 1 范围内取任何值，目标是要把社会福利 W 表示为 W_1 和 W_2 的一个表示成所给字典序的实值函数。这种表示是不可能的[2]。这里有一个完美的社会序 R，但是没有如伯格森所定义的社会福利函数。然而我不相信，若我们就简单地把 R 作为一社会福利函数，而不是要求它的实值表示 W，会对伯格森和萨缪尔森的概念有什么不公平[3]。

§3.2 阿罗的社会福利函数

由伯格森(1938)提出，萨缪尔森(1947)发展的社会福利函数 W 的概念，消除了对社会选择进行理性思考的一些障碍。它在福利经济学的历史上跨出了重要的一步，结束了由罗宾斯(Robbins, 1932)对功利主义的著名抨击所开始的一场混乱的争论。阿罗(1951)在扩展这一观念时提出了问题：运用中的伯格森的社会福利函数应由什么来确定？特别是，函数 W(或更广义的社会序 R)怎样依赖于个体偏好序？或者换句话说集体选择规则(如在前一章所定

〔1〕若有风险因素，此序应定义在所有可能发生的"事采"上，而不仅仅在确定的方案上。

〔2〕参见 Debreu(1959)，亦见 Little(1949)，Chipman(1960)，Banerji(1964)，以及 Richter(1966)。

〔3〕在 Bergson 和 Samuelson 写作时，一般都假设所有的序都能被一效用函数来表示。参照 Hicks(1939)关于"序数效用"而不是序的考虑。Samuelson 本人是这一变化的先驱者。

义的)应该是什么?

在继续深入时有必要给出两个告诫。第一,阿罗所用的社会福利函数与伯格森和萨缪尔森的意义是不同的[1]。阿罗称一个给出社会的特定序的集体选择规则为社会福利函数(记作 SWF)。社会的任意序(精确地说是它的实值表示)是一个伯格森—萨缪尔森社会福利函数(记作 swf)。一个阿罗的 SWF 根据个体序确定了一个伯格森—萨缪尔森的 swf(或它所依据的序 R)。这两者之间的关系是简单的,但它们并不等同,混淆往往是由术语引起的。由于我们主要关心的是阿罗所考虑的那类课题,故今后若不特别指出,所指的即是阿罗意义上的社会福利函数。

第二,阿罗的 SWF 是集体选择规则的一种特殊类型,它确定的社会偏好是一个序,即具自反性、传递性和完全性。虽然阿罗只关心 SWF,而阿罗所研究的有些问题可被更广泛地应用于所有的 CCR。但是,有些问题(包括著名的"不可能性定理")则只适用于 SWF。

从逻辑角度上说,我们可以任意地定义一个无矛盾的 SWF 或 CCR,然而无矛盾性并非是一个集体选择机制所需满足的唯一标准。例如,逻辑上完全可以假定有如下的 SWF:若某人 A("一个有名的酒鬼")认为 x 优于 y,则社会应认为 y 优于 x;若 A 认为是无差异的,则社会亦然。作为一个 SWF,它最好用一个非专业的名称来描述。在严肃的讨论中,更有用的可能是限制 SWF(更广泛地说是 CCR)的类型,使它不能包括这种可能性。一种办法是,要求 SWF(或 CCR)必须满足某些"合理性"条件。由于合理性是一种信念,只有非常适度的条件才可能是有用的,但一组适度的条件是否能真正限制 SWF 的类型,则是值得怀疑的。意外的是,问题出现在

[1] 对此,参见 Arrow(1951),pp. 23—24,以及 Samuelson(1967)。

另一极端。在阿罗的"一般可能性定理"中，他证明了一组看似非常适度的条件却具有如此的限制性，它们不仅仅是排除了某些 SWF，而是排除了所有可能的 SWF。现在，我们转向这一问题[1]。

§3.3 一般可能性定理

这里，先对阿罗在他的定理中所用的四个条件给予非正式的介绍，着重于它们的基本原理。以后，再在第 3* 章中正式提出。

第一，作为一个从个体偏好到社会偏好的方法，SWF 必须足够广泛到能运用在任何逻辑上可行的个体序的集合上。例如，把帕莱托准则作为一选择规则，那末当个体偏好在如前一章所描述的意义下具有一致性时，它给出了一个完美的社会序。但是，当它得到的偏好关系是非完全的时，则不产生社会序，因而不满足阿罗对它的这个要求。类似地，除非个体偏好序满足某些特定的形式（在第 10 和 10* 章中讨论），多数决定方法（MMD）可能产生非传递性，因此 MMD 也不满足此条件。对于规则必须能用于对个体偏好序的每一逻辑上可能的构造这一要求，称为无限制定义域条件，或简称条件 U。

第二，SWF 必须满足弱形式的帕莱托原则，即若每一个人认为 x 优于 y，则社会也必须认为 x 优于 y。第 2 章中已经讨论了这个作为准则的条件，我们称它为弱的帕莱托原则，或条件 P。

第三，阿罗要求，在一个方案集上的社会选择，必须仅依赖于在这些方案上的个体序，而不依赖于任何其他方案，例如不依赖于不

[1] 这里依据 Arrow 定理的第二个版本，先在 Arrow(1952)中，然后在他书的第二版 Arrow(1963)的第 8 章中给出。在 Arrow(1950)，(1951)的原始版本中，在表述上有点小错误，Blau(1957)对其作了改正。关于其他与 Arrow 的不可能性定理相关的不可能性定理，可见 Inada(1955)，(1964)，以及 Murakami(1961)。

被包括在这种选择之中的"无关"方案的排序。假定要在 x 和 y 之间作选择,并且个体对 x 和 y 的排序保持不变,但 x 对某其他方案 z 的排序或者 z 对另一方案 w 的排序有所改变,它要求社会对 x 和 y 的选择应该保持不变。打个比方,在一个关于 A 先生和 B 先生的竞选中,选择应该取决于投票人对 A 和 B 的排序,而与投票人怎样比较 A 先生和林肯,或怎样比较林肯和列宁无关[1]。这个要求称为无关方案独立性条件,或条件 I。

最后,它要求 SWF 应不是独裁的。就是说,不存在这样一个个体,只要他认为 x 优于 y,不管其他人的偏好如何,社会必须认为 x 优于 y。这被称为非独裁性条件,或条件 D。

阿罗所证明的使人惊奇的定理是,不存在能同时满足所有这四个条件的 SWF,尽管它们看上去是很适度的。这些条件中的每一个看来是合理的,但将它们加在一起就似乎产生一个把世界上所有的 SWF 都一口吞噬掉的怪物。

这个定理将在第 3* 章中证明。现在,我们转向对其结果的意义的讨论。

§3.4 关于阿罗结果重要性的评注

人们早就知道,把个体偏好综合成社会偏好的有些方法会引起不相容性这一事实。孔多塞(1785)在差不多两个世纪之前,就曾指出多数决定的非传递性。对多数规则的不相容性分析,曾吸引了像道格森(C. L. Dogson, 1876,通常人们知道他是刘易斯·卡洛尔(Lewis Carroll))这样多智多产的思想家。南森(Nanson, 1882)提

[1] 对林肯或列宁的看法可能是(事实上必须是)有关的,当且仅当投票人对 A 和 B 的排序由于对林肯或列宁的看法的改变本身发生了变化。

出了被讨论得最多的所谓“投票悖论”的不相容性。这个例子是对问题本质的非常好的介绍，在这里重述是有益的。考虑三个个体 A，B 和 C，以及三个方案 x，y 和 z。设个体 A 认为 x 优于 y 和 y 优于 z，个体 B 认为 y 优于 z 和 z 优于 x，个体 C 认为 z 优于 x 和 x 优于 y。显然，x 两票对一票胜 y，y 以同样的票数胜 z。这样，传递性要求 x 在投票中也应胜 z，但实际上却是 z 两票对一票胜 x。据此，多数决定方法导致了不相容性。

这本身就是一个十分有趣的结果，因为多数决定方法是一个很具吸引力的 CCR。特别是，不难验证 MMD 满足条件 P，条件 I 和条件 D，但它不满足条件 U。因此，用这四个条件进行检验，MMD 不是一个能被接受的 SWF。阿罗定理的重要性在于，它指出了不仅多数决定方法会引起这一问题（毕竟它只是所有社会选择方法中的一个），而且对于每一个已知或未知的能够设想得出的方法都会有这一问题。简单地说，要得到一个同时满足这四个条件的 SWF 是不可能的。

用一些其他的众所周知的社会决定方法来阐述这一不可能性是有益的。一个非常古老的方法是所谓“排序”投票法。在任何人的偏好序中对每一个排在第一位的方案给予一个特定的数字，在某人的偏好序中对排在第二位的给予一个较小的数字，等等；然后，将每一方案所得的数字相加，总分数字最高者为胜。例如，在三个方案的情况，设第一个得 3 分，第二个得 2 分，第三个得 1 分。显然，这个 SWF 不是独裁的，故它满足条件 D。它符合帕莱托原则，因而满足条件 P。从任何个体序的集合，它也产生一个完全的社会序，于是满足条件 U。例如，注意到在前面引用的南森的“投票悖论”情况中，x，y 和 z 各得 6 分，结果不是不相容而是平局。

然而，这个方法不满足条件 I。考虑如下的简单例子：设个体 A 认为 x 优于 y 和 y 优于 z，同时个体 B 和 C 认为 z 优于 x 和 x 优于

y。由上述打分方法，x 和 z 都得 7 分，结果在这两方案之间成平局。现在，考虑第二种情况，这时每个人对 x 和 z 的排序保持不变，但个体 A 对无关方案 y 改变了主意，认为它比 x 和 z 都差。这时，x 的总分不变，但 z 多得了 1 分即有 8 分，从而胜于得 7 分的 x。虽然每个人对 x 和 z 的排序都保持不变，而在 x 和 z 之间的社会选择却变了，这当然违反了条件 I。所以，这个 SWF 也通不过这四个条件的检验。

下面考虑一个较奇特的 CCR。设社会偏好由一个完全明确的传统习俗给出的社会状态序 R^* 确定。它满足条件 U(这是平凡的，因为个体偏好不起任何作用)、条件 I(也是平凡的被满足)和条件 D(因为没有个体是独裁者，仅仅是传统习俗在独裁)。但是，这一不寻常的 SWF 不满足帕莱托原则。假定这一习俗要求 x 优于 y，哪怕社团中每个人都认为 y 优于 x 也不起作用，因此它违反了条件 P。

我们可以继续给出例子。一般可能性定理的重要性在于，对各种情况的结果都可作出预言，即对所考虑的具体例子不用检验也就知道它不会满足这四个条件。在虚无主义的意义上，此定理是极为一般的，让人省去了一个长时期(可能是无休止)的探究。

第 3* 章

社会福利函数

§3*.1　不可能性定理

一类特殊的社会选择规则对应于阿罗的社会福利函数。

定义 3*.1　一个社会福利函数(以后记作 SWF)是一个集体选择规则 f,它的值域是限制在 X 上的序的集合。这种限制被称为关于 f 的条件 O。

阿罗的一般可能性定理,是在社会福利函数 f 上加上一定条件,同时指出这些条件是相互不相容的。以下叙述这些条件[1]。

条件 U(无限制定义域):规则 f 的定义域必须包括个体序的所有逻辑上可能的组合。

条件 P(帕莱托原则):对于 X 中的任何一对 (x, y),$[\forall i: xP_iy] \rightarrow xPy$。

[1] 我们使用与 Arrow 不同的关于条件的记号,并采用决定性词的第一个字母作为简记以便记忆。我们用 Arrow(1963)的版本,对比如下:

阿罗的		我们的	
条件 1	无斧	条件 U	无限制定义域
条件 P	帕莱托原则	条件 P	帕莱托原则
条件 3	无关方案独立性	条件 I	无关方案独立性
条件 5	非独裁性	条件 D	非独裁性

条件 I(无关方案独立性)：设 R 和 R' 分别是由 f 对应于两组个体偏好 $(R_1, \cdots, R_n)$ 和 $(R'_1, \cdots, R'_n)$ 确定的社会二元关系。若对于 X 的一个子集 S 中的所有方案对 (x, y)，对所有的 i 有 $xR_iy \leftrightarrow xR'_iy$，则 $C(S, R)$ 和 $C(S, R')$ 是相同的。

条件 D(非独裁性)：不存在个体 i，使对规则 f 的定义域中的每个元素，$\forall x, y \in X$：$xP_iy \rightarrow xPy$。

注意，我们是对任何集体选择规则 f(不一定是 SWF)定义这些条件的，因此以后也可用这些条件去研究其他不是 SWF 的规则。再注意，在条件 D 中包括了"对规则 f 的定义域中的每个元素"这一限制。如没有这一带普遍性的限制，就有可能在逻辑上会把一个对所有方案都无差异的人作为一个独裁者的危险，因为对他来说，先决条件 xP_iy 对 X 中所有的 x 和 y 都是不成立的。阿罗的较粗糙的定义易被当作这种模棱两可的解释，而这决不是阿罗的用意。

在本书中，总是假定在社会中至少有两个人，并且至少有三个不同的社会状态。在一个单人社会中，集体选择不会存在什么问题。若只有两个不同的社会状态，传递性是平凡的。下面是阿罗的"一般可能性定理"。这是在阿罗的书(1963)中关于此定理的一个较晚的版本。

定理 3*.1 不存在满足条件 U, P, I 和 D 的 SWF。

以下通过两个定义和一个引理来证明这个定理[1]。所给的引理除了在一般可能性定理中的重要性外，也具有自身的重要性。

定义 3*.2 一个个体集 V 关于 x 对 y 是几乎决定性的，若对 V 中的每一 i 当 xP_iy 时和对不在 V 中的每一 i 当 yP_ix 时，有

---

[1] 这里所给的证明与 Arrow 的证明在逻辑上是等价的。Arrow 的证明稍微还有点不够清楚，特别是因为对关键的条件 I(即他的条件 3)的运用一直未被澄清；事实上，此条件在他的证明中甚至从来未被提及过。我们对 Arrow 的证明作了一些调整。

xPy。

定义 3*.3 一个个体集 V 关于 x 对 y 是决定性的，若对 V 中的每一 i 当 xP_iy 时，有 xPy。

在记号上，我们分离出一个特定的个体 J，并记 $D(x, y)$ 为 J 关于 x 对 y 是几乎决定性的，记 $\overline{D}(x, y)$ 为 J 关于 x 对 y 是决定性的[1]。注意 $\overline{D}(x, y) \rightarrow D(x, y)$。

引理 3*.a 若存在某个体 J，他关于任何有序方案对是几乎决定性的，则一个满足条件 U, P 和 I 的 SWF 蕴涵 J 一定是一独裁者。

证明 假定某人 J 关于某 x 对某 y 是几乎决定性的，即 $\exists x, y \in X: D(x, y)$。设 z 是另一方案，又设 i 表示除 J 之外的所有个体。假设 xP_Jy & yP_Jz，以及 yP_ix & yP_iz。注意我们没有指明除 J 之外的其他人在 x 和 z 之间的偏好。

现在，$[D(x, y)$ & xP_Jy & $yP_ix] \rightarrow xPy$。进而，从条件 P 有 $[yP_Jz$ & $yP_iz] \rightarrow yPz$。但是，由严格社会序关系 P 的传递性得到 $[xPy$ & $yPz] \rightarrow xPz$。

这个结果 xPz，是在没有对 J 以外的其他个体对 x 与 z 之间的偏好作任何假设得到的。当然，我们假设了 yP_iz 和 yP_ix。现在，若 x 对 y 的排序和 y 对 z 的排序对 x 和 z 之间的社会选择有任何影响的话，则违反了条件 I（无关方案独立性）。因此，xPz 必不依赖于这些特定的假设。于是，不管其他序如何，它一定仅是 xP_Jz 的结果。但这意味着 J 关于 x 对 z 是决定性的，故

[1] 大致地说，一个人是"几乎决定性的"，若他在有反对的情况时得胜；他是真正"决定性的"，若他在不论有人反对与否都得胜。注意，若假设"在个体与社会价值之间具正相关性"（见第5章），则这两个定义是等价的。也就是，若尽管有反对者这一个人是决定性的，则当其他人不反对时他也一定是决定性的。然而，定理 3*.1 不包括这种条件。无此时，决定性的稍微强于几乎决定性的，因为前者蕴涵后者，但反之不然。

$$D(x, y) \rightarrow \overline{D}(x, z)。 \quad (1)$$

现在，假定 zP_Jx & xP_Jy，而 zP_ix & yP_ix。由条件 P，必有 zPx。同时，因为 $D(x, y)$ & xP_Jy & yP_ix，故有 xPy。据此，由传递性得到 zPy。这仅仅是从 zP_Jy 得出，与其他个体在 y 和 z 之间的偏好无关。因此，J 关于 z 对 y 是决定性的。完全类似用于得到(1)式的论证，可得

$$D(x, y) \rightarrow \overline{D}(z, y)。 \quad (2)$$

在(2)式中互换 y 与 z，我们有

$$D(x, z) \rightarrow \overline{D}(y, z)。 \quad (3)$$

在(1)式中，以 y 替换 z，以 z 替换 y，并且以 y 替换 x，我们得到

$$D(y, z) \rightarrow \overline{D}(y, x)。 \quad (4)$$

现在，

从(1)式有	$D(x, y) \rightarrow \overline{D}(x, z)$，
从定义 3*.2 和 3*.3	$\rightarrow D(x, z)$，
从(3)式	$\rightarrow \overline{D}(y, z)$
	$\rightarrow D(y, z)$，
从(4)式	$\rightarrow \overline{D}(y, x)$。

所以，

$$D(x, y) \rightarrow \overline{D}(y, x)。 \quad (5)$$

在(1)、(2)和(5)式中互换 x 与 y，则得

$$D(y, x) \rightarrow [\overline{D}(y, z) \ \& \ \overline{D}(z, x) \ \& \ \overline{D}(x, y)]。 \quad (6)$$

现在由(5)式有

$$D(x, y) \rightarrow \overline{D}(y, x)$$
$$\rightarrow D(y, x)。$$

因此，从(6)式有

$$D(x, y) \to [\overline{D}(y, z) \,\&\, \overline{D}(z, x) \,\&\, \overline{D}(x, y)]。\qquad (7)$$

综合(1)、(2)、(5)和(7)式可以看到，在给定的条件 U、P 和 I 下，$D(x, y)$ 蕴涵在三个方案 $\{x, y, z\}$ 的集合中，个体 J 关于每一有序方案对(共 6 对)是决定性的。于是，在包括 x 和 y 的任何三个方案的集合上，J 是一独裁者。

现在，考虑更多个方案的情况。在整个方案集中任取两个方案 u 和 v。若所取的 u 和 v 正好与 x 和 y 相同，则考虑 u、v 与另外任一其他方案 z 这三个方案，当然这时 $\overline{D}(u, v)$ 成立。若 u 和 v 之一与 x 和 y 之一相同，不妨设 u 与 x 相同，而 v 与 y 不同，则考虑 x(或 u)、y 和 v 组成的三个方案。因为 $D(x, y)$ 成立，故 $\overline{D}(u, v)$ 以及 $\overline{D}(v, u)$ 也成立。

最后，设 u 和 v 都不同于 x 和 y。先取 (x, y, u)，得到 $\overline{D}(x, u)$，这当然意味着有 $D(x, u)$。再取三元 (x, u, v)，因为有 $D(x, u)$，从前面的推理得知有 $\overline{D}(u, v)$ 和 $\overline{D}(v, u)$。据此，对于某 x 和 y 的 $D(x, y)$，意味着对所有可能的有序对 (u, v) 有 $\overline{D}(u, v)$。所以，个体 J 是一独裁者，从而证明了引理 3'.a。

现在，利用引理 3'.a 证明定理 3*.1。

证明 我们证明在条件 U，P 和 I 下，一定存在一个个体，他关于某有序方案对是几乎决定性的。我们假设反之，并证明使之导出矛盾。

由于条件 P，对任何方案对，至少存在一个是决定性的个体集合，例如包含所有个体的集合。于是，因为一个决定性的集合也是几乎决定性的，故对于每一方案对也至少有一个几乎决定性的集合。比较所有关于各方案对(不必是相同的一对)是几乎决定性的个体集，从中选出最小的一个(或最小中之一)。设此集合为 V，并设它关于 x 对 y 是几乎决定性的。

若 V 仅包含一个个体，则定理得证。然而，若它包含了两个或两个以上的个体，可把 V 分为两部分：即 V_1 包含一单个个体，V_2 包含 V 中所有其他个体。记 V_3 包含所有不在 V 中的个体。

由于条件 U，可以假设任何逻辑上可能的个体序的组合。我们选用如下：

(1) 对 V_1 中的所有 i，xP_iy & yP_iz，

(2) 对 V_2 中的所有 j，zP_jx & xP_jy，

(3) 对 V_3 中的所有 k，yP_kz & zP_kx。

因为 V 关于 x 对 y 是几乎决定性的，又因 V 中的每个个体认为 x 优于 y，并且 V 以外的每个个体具相反的偏好，所以一定有 xPy。在 y 与 z 之间，只有 V_2 中的成员认为 z 优于 y，所有其他个体认为 y 优于 z，故若 zPy，则 V_2 一定是一个几乎决定性的集合。但是，V 已被选为最小的几乎决定性的集合，而 V_2 比它要小（是它的一个真子集），因而 $\sim(zPy)$。据此，由条件 U，为使 R 是完全的，则 yRz 一定成立。但 xPy & $yRz \rightarrow xPz$，而只有 V_1 中的一个个体认为 x 优于 z，所有其他个体都认为 z 优于 x，所以某一特定的个体是几乎决定性的。由此，导致与原来的假设矛盾。

注意，即使 V_3 是空集，如若 V 包含所有个体，这个证明同样适用。

因为一个个体关于某方案对是几乎决定性的一定是一完全的独裁者，据引理 3*. a，此定理得证。

第4章 选择与序

§4.1 传递性、拟传递性和非循环性

一个 SWF 是社会选择规则的一特定类型，它要求所有的社会偏好都是序，即社会偏好必须是自反的、完全的和传递的。在第1章中已经指出，若要求在每一个子集上都有一个最好方案（即有一"选择函数"），自反性和完全性是必不可少的，但传递性不是必需的。已知一偏好关系具有自反性和完全性，选择函数存在的充要条件是第1*章中所称的"非循环性"。若 x_1 优于 x_2，x_2 优于 x_3，…，直至 x_{n-1} 优于 x_n，则非循环性要求 x_1 与 x_n 至少一样好。显然，这是一个比传递性要弱得多的条件，传递性要求 x_1 严格优于 x_n 并且还进而要求无差异性有传递性[1]。顺便指出，传递性在本质上是关于"三元集"的条件，即关于三个方案的集合的条件。若对所有的三个元传递性都成立，则不管所取的序列有多长，它对整个集合也

〔1〕非循环性是 Houthakker(1950)在"展示偏好"理论的文章中定义的"半传递性"的一个"近亲"，即若 x_1 展示优于 x_2，等等直至 x_n，则 x_n 必不展示优于 x_1。已知有完全性、非循环性和半传递性是等同的，区别仅在于"优于"和"展示优于"。一方面，后者的要求低于前者，因为在需求理论中方案是在特定的集合（"预算集"）上给出的。另一方面，它的要求比前者更高，因为在展示偏好理论的大多数表示中，无差异是被排除的。

成立。非循环性则不是如此。一个偏好关系在所有三元集上可以是非循环的，而它可能对于整个集合不具非循环性。就像在第1*章中§1*.5倒数第2段所表明的。

阿罗的"不可能性"结果适用于SWF。但是，若阿罗的目的仅仅是要保证"从任何环境中有一方案被选中"[1]，则可以只要求社会偏好具非循环性而不是传递性即可。我们称产生足以使选择函数存在的偏好关系的集体选择规则为社会决定函数(SDF)。

SWF与SDF之间的区别是有意义的还是吹毛求疵？看来还是有一定意义的。如森(1969)所指出，就阿罗的"不可能性"结果对SWF成立而对SDF不成立这一点来说，就具一定重要性。存在足够作出社会选择并且满足阿罗的所有四个条件的集体选择规则(定理4*.1)。事实上，这些条件在本质上可以加强(即不仅排除全局独裁者而且排除局部独裁者，不仅如阿罗所要求的弱的帕莱托原则而要求强帕莱托原则)，而仍没有不相容性(定理4*.2和定理4*.4)。阿罗的不可能性定理正是一个要求社会序而不是选择函数的结果。

下述例子会有所帮助。考虑一CCR，它表示若x帕莱托优于y则x是社会好于y，若y非帕莱托优于x，则社会认为x与y至少一样好。现在考虑先前讨论过的"投票悖论"的情况，其中某人A认为x优于y和y优于z，某人B认为y优于z和z优于x，以及某人C认为z优于x和x优于y。所给的CCR认为x，y和z之间都相互无差异。在这种情形下并无问题，而且非循环性和传递性都成立。下面考虑只有某人A和某人B，而没有某人C的情况。根据所

〔1〕 Arrow(1963)，p. 120。Arrow也强调"最终选择与到达的途径无关"的重要性。当选择集包括不止一个方案时，即使具完全的传递性，在严格意义上也不完全正确，因为最好方案中哪一个被选中可能会取决于选择的途径。然而，给定传递性，则不管选择途径如何，能保证最好方案之一会被选中。只要无差异发生时对两个无差异方案与其余的方案都试过，这在非循环性时也同样成立。

规定的CCR,社会认为y优于z,x和y无差异,并且x和z也无差异。这时传递性不成立,但非循环性成立,并且在每一子集中都有一最好方案。可以验证,这对每个个体偏好构造都成立,故满足条件U。这个SDF也满足帕莱托原则,因为它是基于帕莱托原则的;它满足无关方案独立性,因为在任何x和任何y之间社会偏好仅依赖于个体对x和y之间的偏好;它满足非独裁性条件,因为除非每个人都认为x与y至少一样好,这个CCR不会认为x好于y。

一个比传递性弱但比非循环性强的条件是"拟传递性",它可以完全用二元集的术语来表达。若x优于y和y优于z,则x应优于z。这和传递性相似,但它不要求无差异是传递的。上一段所描述的CCR导致拟传递的社会偏好关系,所以仅用二元集形式即可以对其容易地进行分析。传递性和拟传递性的区别虽然看上去是微小的,事实上它已足够地把我们从阿罗有关社会序的不可能性结果带到有关社会选择的直接的可能性结果。

§4.2 集体选择和阿罗的条件

这是否意味着阿罗问题对社会选择是不重要的?我看并非如此。它其实表示了阿罗不可能性定理对条件的节约性。放松其中任一限制条件,结果就不会成立,因为若不然,我们立即就可加强阿罗定理。阿罗所指出的引起不相容的条件,并非是他认为作为一令人满意的集体选择系统的充分的条件,而是在他看来似乎应该是可以被人们接受的必要的条件。从所给出的那些验证这些条件相容性的例子中可明显看出,这些条件不大可能被认为是充分的。它使所有的帕莱托最优点无差异,这不会对任何关心分配的人有吸引力。这仅仅是一个例子,现在还不清楚,别的例子是否对人会更有吸引力。

事实上,可以看出引理3*.a对于任何关于一对方案是决定性

的人一定是一独裁者的结论仍成立，因为在它的证明中只用到拟传递性。利用这一结果可以证明[1]，所有满足条件 U，I，P 和 D，同时产生拟传递的社会偏好的 SDF，在作决策时必然体现一种“寡头政治的”形式。在该社团中会存在一个可以被识别的唯一的群体，使得若他们之中的任何人认为任一 x 严格优于任一 y，则社会一定认为 x 与 y 至少一样好；若这一群体中的所有成员都认为 x 严格优于 y，则社会一定也认为 x 优于 y。我们所举的例子对应于整个社团属于此“寡头集团”的情形，其他情形乍看起来显得更没有吸引力。

当然，对一个 SDF，拟传递性也并不是必要的，因为对于选择函数，有非循环性已足够。考虑更复杂但也更具吸引力的具非循环性的例子是可能的。但事实仍然是，如一般在讨论他的“不可能性”结果时所假设的那样，必须认识到阿罗的条件是太弱而不是太强。一个 SDF 可以通过所有的阿罗的条件，但看起来仍然是没有吸引力的。在以后的几章和注解中，将会引进并分析其他一些加在集体选择上的条件。

§4.3 理性和集体选择

另外，还有第二个理由，使我们对于有关社会选择函数没有正式的阿罗不可能性不要过于乐观。在每一个子集中存在一个最好方案这一事实本身，是理性选择的一个合理的基础，但它是否是一个完全令人满意的基础呢？考虑这样一种情况：其中 x 优于 y，y 优于 z，以及 x 与 z 无差异。其选择函数是存在的，特别是在对所有三个方案上的选择，x 是唯一的最好方案，因为它不比其他两方案

---

〔1〕由 A. Gibbard 在 1969 年的一篇未发表的文章中证明。

中的任何一个差。但是，考虑在 x 和 z 上的选择，则每个方案都是“最好的”，因为每一个都至少与另一个一样好。在两个方案之间选择可以选 x 或 z，但是，在 x，y，z 上选择必须选 x，这样一个选择过程能被称为是“理性的”吗？这违反了性质 β(在第 1* 章中定义)，它要求若在一个子集中两个方案都是最好的，则在整个集合中其中之一将不能是最好的，除非另一个也是最好的。另外一个我们称之为性质 α 的理性性质，看来并不会引起什么麻烦。它要求若 x 在整个集合中是最好的，则它必须在所有的子集中也是最好的。至今，我们所考虑的所有 CCR 都满足这一性质。性质 α 是否已经足够，还是也应该要求性质 β？

事实上，很多选择过程并不满足性质 β。例如，两个澳大利亚人在某澳大利亚冠军赛中可能是平手，因无一人能胜过另一人；但他们其中之一很有可能单独成为世界冠军，因他可能有能力打败所有非澳大利亚人，而另一个则不能打败所有非澳大利亚人。类似地，两个诗人或科学家可以享有相同的国家级荣誉，而仅有其中一人得到如诺贝尔奖这样的国际性荣誉，这些并不明显使人觉得是非理性的。

因此，是否应要求社会选择函数满足性质 β 还是一个问题。如果其他都相同，看来满足性质 β 当然比不满足要好。但是，这里存在一实质性的冲突，而且其他并不一定都相同。我们知道，一个形成满足性质 β 的选择函数的关系，一定是一个序(引理 1.q*)。因此，一个使其所形成的偏好关系产生满足性质 β 的选择函数的 SDF，一定是一个 SWF。若将性质 β 也作为社会选择的必要条件，则阿罗关于 SWF 的不可能性定理就立即可被转换成关于 SDF 的不可能性定理(定理 4*.5)。为了相容性，必定要舍弃阿罗的四个条件中至少一个。所以，对于 SDF，真正的问题并不在于性质 β 的好坏，而是在讨论 SDF 中它是否比另外四个条件中的任何一个要好。

总得要有条件作出让步，虽然性质 β 本身是吸引人的，但可能被认为比其他条件更可以被摒弃。

然而，如在上一节中所分析的，问题实际上要比仅仅关注“不可能性定理”要复杂。在选取一个令人满意的集体选择的机制中，还必须考虑其他条件。在这个领域中存在着许多冲突和诸多困惑，因为阿罗的定理只是其中之一，仅仅想法解决此特定问题是不够的，在第 4* 章以后的各章中，我们将讨论其中的某些问题，它会使我们对集体选择问题有一个更全面的认识。

第 4* 章

社会决定函数

§4*.1 可能性定理

一个总能确定一社会序 R 的集体选择规则 f，是一个 SWF。但是，如我们在第 1* 章中注意到的，一个序并不是一个选择函数存在的必要条件，也不是充分条件。对于有限集合，它是充分的但不是必要的。因此，我们可以考虑扩展集体选择规则 f 的范围，以包括那些不是序但还能形成一选择函数的偏好关系。

定义 4*.1 一个社会决定函数（以后记作 SDF）是一个集体选择规则 f，它的值域是限制在整个方案集 X 上能形成一选择函数 $C(S, R)$ 的那些偏好关系 R 的集合。这种限制被称为关于 f 的条件 O^*。

注意，若考虑无限集 X，一个 SWF 不一定是一个 SDF。但是，对于有限集 X，一个 SWF 总是一个 SDF，反之不然。

在有限集的情形，如此扩展一集体规则的范围对阿罗的不可能性结果是否会有影响呢？如在第 4 章中已注意到的，当然是会有的[1]。

定理 4*.1 对于任何有限集 X，存在满足条件 U, P, I 和 D 的 SDF。

---

[1] 参见 Sen(1969)。

证明 只需举出一个例子,即足以证明此定理。定义

$$xRy \leftrightarrow \sim [(\forall i: yR_i x) \& (\exists i: yP_i x)]。$$

显然,R 是自反的和完全的。进而,易知这个 SDF 还满足条件 P, I 和 D。现在证明对每一逻辑上可能的个体序的组合,R 是拟传递的。事实上,由于

$$\begin{aligned}[xPy \& yPz] &\rightarrow [\{\forall i: xR_i y \& \exists i: xP_i y\} \\ &\quad \& \{\forall i: yR_i z \& \exists i: yP_i z\}]^{\dagger} \\ &\rightarrow [\forall i: xR_i z \& \exists i: xP_i z] \\ &\rightarrow xPz。\end{aligned}$$

因此,R 是拟传递的。同时,由引理 1*.k,对所定义的 SDF 的定义域不必有所限制,即也满足条件 U。于是,证明完成。

注意,由上面定义的 SDF 所形成的社会偏好关系 R 仅是拟传递的,而不是完全传递的。设有两个个体 A 和 B,以及三个方案 x, y, z,使得 $xP_1y \& yP_1z$ 和 $zP_2x \& xP_2y$,则有 xPy, yIz 和 xIz。这显然是非传递的[1]。所能保证的是在每一子集上有一个"最好"方案,即不管个体偏好如何,选择函数总是存在的。

我们可以由加强帕莱托原则和非独裁性条件来加强定理4*.1。定义

条件 P^*(强帕莱托原则) 对 X 中的任何对(x, y),

$$[\forall i: xR_i y \& \exists i: xP_i y] \rightarrow xPy$$

和

$$[\forall i: xI_i y] \rightarrow xIy。$$

---

† 译注:原文为$[\{\forall i: xR_i y \& \exists i: xP_i y\} \& \forall i: yR_i z]$,漏了"$\& \exists i: yP_i z\}$"。

〔1〕 因此,引用的 SDF 并不是一具无限制定义域的 SWF,从而这不是一个对 Arrow 的一般可能性定理的反例。

条件 D^*　没有个体 i，在 X 中存在一对 (x, y)，使对于在 f 的定义域内的所有 $(R_1, \cdots, R_n)$ 以下条件之一成立：

(1) $xP_iy \rightarrow xPy$，

或　(2) $xR_iy \rightarrow xRy$。

条件 P^* 的定义与第 2* 章定义 2*.3 中的 $\overline{P}$ 相对应，它明显地比条件 P 的要求要高。条件 D^* 在两个方面被加强了。第一，条件 D 不允许有全局的独裁者，而条件 D^* 甚至不允许有局部的独裁者。另外，没有个体能够哪怕仅在一对方案上是决定性的。第二，它还不允许这样一种独裁，就是在任何方案对上一个弱的个体偏好 R_i 会蕴涵一个弱的社会偏好 R。

很明显，条件 P^* 蕴涵条件 P，条件 D^* 蕴涵条件 D，但反之均不成立。然而，下面的定理成立：

定理 4*.2　对任何有限集 X，存在满足条件 U，P^*，I 和 D^* 的 SDF。

证明可用在定理 1*.1 的证明中提供的同一例子得到。因此，看来阿罗的不可能性结果并不能用于能在每一子集中选出一最好方案的集体选择规则，尽管它们不足以形成一个序。

此处是考虑有限集的情形。对于无限集，这样的 SDF 并不存在。事实上，有下面的定理：

定理 4*.3　对于一无限集 X，不存在满足条件 U 和 P 的 SDF。

证明　设每一个个体都有具有反对称性的同样的序，即有链，使得 $x_2P_ix_1$，$x_3P_ix_2$，…。由条件 U，这样的个体偏好序的集合一定是在 f 的定义域中。又由条件 P，在集合 X 中不可能有社会最好元。这便证明了定理。

从表面上看，定理 4*.3 似乎是一个令人困扰的定理，而实际上它指出当方案集 X 是无限时，如此给出的问题并无多大意义。因

为在无限集上就算个体序存在，个体选择函数仍然可能不存在，硬性期待社会选择函数的存在是没有意义的。进一步，有如下定理：

定理 4*.4 若对 f 的定义域中的各元素，至少有一个个体序 R_i 能够在集合 X 上形成一选择函数，则存在满足条件 P，I 和 D^*，以及受限制的条件 U 的 SDF。

证明 选取集体选择规则，使对所有的 x 和 y 有 $xRy \leftrightarrow \sim[\forall i: yP_ix]$。显然，对任一 S 中的任意 x 和任何 i 有 $[x \in C(S, R_i)] \rightarrow [x \in C(S, R)]$。据此，因至少有一个个体有选择函数，故社会也一定有。容易验证，条件 P、I 和 D^* 也得到满足[1]。

因此，由无限集引起的复杂化的情形，看来并不特别深奥。寻求用 SDF(而非 SWF)解决"不可能性问题"的真正困难在于，性质 β 作为在选择上的理性条件的恰当性。在第 1* 章中已指出，由二元关系形成的选择函数总是满足性质 α 的，但它满足性质 β 当且仅当 R 是一个序。若认为性质 β 是理性选择的一个必不可少的方面(在第 4 章中已研究过此问题)，则下面的定理可能是令人困惑的：

定理 4*.5 不存在满足条件 U，P，I 和 D 的 SDF，使得在这个 SDF 的值域中的每一个 R 能够形成一个满足性质 β 的选择函数。

从引理 1*.q 和定理 3*.1 直接可得到证明。

定理 4*.5 直接由集体选择及其理性描述了"不可能性问题"，并且澄清了一个大范围的混乱的争论。看来，问题成为我们是否要加上理性条件 β[2]。

---

〔1〕 注意不一定满足条件 P^*。用条件 P^* 替代 P 来加强定理 4*.4 是不可能的，如下面的反例所证明。设所有个体对所有方案都是无差异的，只有一个个体有一无最好元的链。由条件 P^*，社会必定有同样的无最好元的链。

〔2〕 也见第 5，5*，6 和 6* 章。

第5章 价值与选择

§5.1 福利经济和价值判断

福利经济涉及关于政策的建议。它探究如何得出像“给定在社会状态 x 和 y 之间作选择，应选择 x”这样结论的途径。显然，福利经济不可能是“不带价值的”，因为它所要得出的建议本身就是价值判断。由此看来，许多著名经济学家被卷入寻求不带价值的福利经济前景的辩论，必然会被看作似乎有点奥秘。

所谓的“新福利经济”(1939—1950)，是着重于以纯粹事实为前提来得到政策判断的[1]。引用那时最著名的作者之一的话：

> 事实上，有一简单的挽救方法，就是使我们能够区别有改进生产效率和无改进生产效率的重组之间的完全客观的试验。如果A在改变中得到的好处使他能补偿B的损失并且有余，那么该重组无疑是一进步[2]。

从表面上看，这与哲学上普遍认同的观点——“由一系列‘是’

[1] 见Kaldor(1939)，Hicks(1939a)，(1941)，Scitovsky(1941)，Samuelson(1950)和Little(1949a)，(1950)的有关争议。也见Graaff(1957)和Mishan(1960)。

[2] Hicks(1941)，p. 108。仿宋体是后加的。

命题推得'应'命题的不可能性"相矛盾[1]。近来，对这一"法则"[2]的正确性和它与伦理学中的有些命题在逻辑上的相容性出现一些疑问[3]。但是，认为对于作为所谓新福利经济特征的对不带价值的福利经济的探索与这些疑问有关，这种想法是错误的。由于某些含糊的原因，"不带价值的"或"不带伦理的"经常被认为就是不带人际冲突的。它隐含着一个假设，即若每个人都有相同的价值判断，则它就不是一个价值判断，而是完全"客观的"了。

由于这一原因，帕莱托原则往往被认为是不带价值判断的。从负面来说，罗宾斯的对在经济学上关于价值判断的著名攻击，完全集中于人与人之间比较的困难性(罗宾斯(1932))。希克斯(Hicks)对前面引用到的补偿试验的"客观性"的评论，也是基于这一观念：若付出补偿，每个人都得利，则就没有人际冲突[4]。值得注意的是，甚至萨缪尔森在他对新福利经济的权威性文章中都断言："一个群体潜在的实际收入增加的唯一无矛盾和不带伦理的定义，必须基于该群体的效用可能性函数的一个一致移位"[5]。上面特意对一些强硬论点加以评论；福利经济学的文献中也很容易找到具同样假设的其他例证。

虽然，在这里讨论的观点在分析上是有争议的，但它在常识上的理性是十分明显的。若每个人都同意某一价值判断，实际上不能证实它也不会引起大的扰乱。显然，每个人都接受的价值判断，和

[1] Hare(1961)，p. 29。由于他在《论文集 II》I，1 中的表述，有时这被称为"Hume 法则"。

[2] 例如，见 Black(1964)和 Searle(1964)、(1969)。

[3] 例如，见 Sen(1966a)。

[4] Hicks(1941)，p. 109。然而，当补偿"能够"被付出而不管事实上付出与否，断言它"无疑是一进步"重新引进了人际冲突。

[5] Samuelson(1950)，pp. 19－20。其中楷体是后加的。若实际收入的比较是价值判断，则这并非是一"不带伦理的"定义。另一方面，若这种比较并非价值判断，则此并非是唯一的"不带伦理的"无矛盾的定义。见 Samuelson(1947)，第 8 章。

有些人接受而有些人不接受的价值判断之间有明显的区别。但奇怪的是人们竟会有兴致去寻找"不带价值的"或"不带伦理的"福利准则[1]。一致同意的价值判断可能是许多福利经济的基础，但这并不是因为它们不是价值判断，而是因为这些价值判断被所有人所接受。如没有在许多文献中主张或隐含着与之相反的观点，则此种庸俗之见也就不值得一提了。

§5.2 福利经济的内容:一个困境

福利经济学涉及关于政策的建议。一个政策建议的导出可以用:(a)某些事实为前提;(b)某些价值判断;(c)推导所需的逻辑。第一个属于"实证"经济学而不是福利经济学的主题内容。第二个被认为不是一个科学讨论的主题，因为对于价值判断是不能作争辩的(如罗宾斯所讲，"这是你死我活的问题"[2])。第三个，即逻辑，这完全是属于另一个学科领域。那么什么是福利经济学的研究主题内容呢?它是否存在?

格拉夫(1957)对福利经济学的巧妙摒弃是与此精神相似的，虽然他并没有如此直接。事实上，虚无主义在一些福利经济学的研究中占了主要的地位，如鲍莫尔(Baumol)所述"与讣告的隐讳病情有相似之处"[3]。假如像上面最后一段推论时所设想的那样，福利经济学的主题内容是空洞的，虚无主义会具有吸引力就不足为奇了。然而，这一推论的麻烦之处是由于它基于十分任意的定义，会严重地将人引入歧途。

[1] 关于经济学者处理价值判断的意义和有关的批评，见 Little(1957)，也见 Streeten(1950)和 Dobb(1969)。

[2] Robbins(1933), p. 132。

[3] Baumol(1966), p. 2。

首先,用于导出政策建议的逻辑运用不能从福利经济学中被排除。在任何使用分析论证的学科中,必然涉及逻辑,或作为非正规的论证,或作为正规的逻辑,或作为数学运算出现。这些推导是否被归入逻辑的分支或问题中的学科,则主要是方便与否的问题。让经济学家去做那些在求得经济上的政策建议时所需的逻辑推导,要比让逻辑学家或者数学家去做更为方便。因此,把它归入福利经济学是很有道理的。实际上,许多传统经济学的研究领域,如有关竞争的广义均衡的存在性、有效性和稳定性,几乎都是逻辑的推演。

其次,在政策建议的推演中,价值判断并不总是被假设为"已给"的。事实上,阿罗意义上的社会福利函数(SWF)的存在性问题,就是有关如何在个体序的基础上以社会作为一个整体(由社会序反映),来得到一组价值判断。而且,这里的推演主要是以逻辑的形式出现,但这一问题的界定则由下面的问题所规定:即个人的偏好是以什么样的公共选择为基础转移到社会价值的?近来关于经济福利的大部分讨论,已自然地涉及了这类问题。

最后,隐含在虚无主义争论的推理中的价值和事实之间的两分法似乎是值得怀疑的。它基于一个对价值判断本质的极为有限的认识。事实上,因为对价值判断本质认识的不足,在福利经济学中的争论常常是无结果的[1]。在下一节中将讨论这个问题。

§5.3 基本的和非基本的判断

对于我们的论题,把价值判断分成两类是有益的[2]。一个价

[1] 对于价值判断理论的一个很好的研究,见 Nowell-Smith(1954)。在 Hare(1960),(1963)中可找到一个非常有趣的方法。

[2] 这个方法,以及其他对价值判断的分类方法在 Sen(1967)中给出。

值判断对一个人是"基本的"，若此判断在所有可能想像得出的情况下都适用，否则是"非基本的"[1]。例如，一个人可能有如此的判断，"同时用基础年和最后年的价格来衡量的国家收入的增加，表示了经济情况的改善"。我们可以问他，在所有实际情况中他是否都坚持这一判断，并且继续问，"若情况如此这般(例如穷人更穷了)你还会这样认为吗?"[2]。如果发觉他在某些情况下会改变他的判断，则在他的价值系统中此判断是非基本的。另一方面，如果在任何情况下某人认为杀人是不正当的，则"我不应杀人"在他的系统中是一个基本的价值判断。

这是一个简单的区别，它是伦理讨论中对事实考虑的恰当性的根源。大体上说，如果某一价值判断对某人是基本的，就不能像对一个事实或分析所作的断言进行争论那样，真正对之进行争辩。但如果它是非基本的，就可以以事实或分析的形式来争辩。

为了避免对这种区别的本质引起误解，有必要给出几点警告。第一，允许的实际情况，并不一定要是可能的。考虑以下的对话：

A：应该允许男人和女人有衣着的自由。

B：哪怕超短裙会使看见它的人眼中生癌也可如此吗?

A：在此情况下当然不。但我认为此情况是不大可能的。

尽管我怀疑对它的争辩是否会有成效，但是此判断是非基本的，有关它的争辩可以以事实的形式来展开。

第二，一个价值判断可以是有附带条件的。如果要证实一个判断是非基本的，则不能从违反这些条件的情形下来考虑，而只能考虑不违反这些条件的情形。假设我的判断是"在下雨天我应带雨

〔1〕在此，并未主张这两个类必然是非空的。

〔2〕另一个方法是问他，若此准则会引起偏好的非传递性，他会怎么做，这在有些情况已证实是可能的(见 Gorman(1955)，也见前面的第2*章)。

伞”,说明我在晴天会有其他的提议,不能说明此判断是非基本的。只有说明我在下雨天也可能有其他的建议,譬如,一把雨伞的价格是半年的工资,才能表明它是非基本的。

第三,一个人的一组判断可能在逻辑上是有矛盾的。如果这样,它们不可能都是基本的。一个人认为“应把今天的消费增加至最大程度”和“应把一年后的消费也增加至最大程度”并没有逻辑上的矛盾,因为这两个判断只在特定(虽然是可信的)事实情况下有矛盾。这两个判断中至少其中之一必定是非基本的,但并非是由于分析上的原因。相反,那位希望每个人的收入都高于全国平均个人收入的善良的人,看来对作分析有一定程度的困难。

§5.4 事实和价值

如果一个人给出一个价值判断,同时另一个人对它予以否定,则我们要问他们能争议些什么?他们对在一些方案之间应该选择哪一个方案持不同意见。假设他们对价值判断的意义有同样的认识,争议在何处?当然他们可以对是否要具有该价值判断的“理由”进行讨论。但我们又要问什么是“理由”呢?与一个事实或逻辑的陈述相反,对接受或否认一个价值判断如何能够有一个“理由”呢?

回答是显而易见的。如果判断是非基本的,争议的“理由”可能就是对它潜在的事实或分析的假设有疑问。哪怕我们接受休谟(Hume)的著名法则:仅从事实为前提不能推出规定的结论,从事实和其他等等为前提则无疑地可以推出规定的结论。所以,当某人对另一人给出的价值判断有争议时,他可以通过鉴定潜在事实的前提或逻辑推理,来对此价值判断的有效性作出科学的讨论。因此,对一个价值判断作出否认的“理由”可以是纯科学性的。

现在,如果在表示判断的那个人的价值系统中此判断恰好是一

个"基本的"判断,此时也仅在此时能断言不存在用事实或分析的方法来对此判断提出异议。至于我们习惯上给出的很多价值判断并不是基本的,这一点是相当容易用实例说明的。

当然可以从基于一特定事实假设的非基本判断转移到另一个与此事实假设无关的判断。例如,考虑这样的价值判断:"政府不应该将货币供应量在比例上提高到超过国家的实际产值",假设这一判断是基于货币供应量和产值对通货膨胀以事实为基础的理论。如果对此通货膨胀理论有争议,这也是否定此价值判断的一个合理的理由。该人就可以转到一个更基本的价值判断:"政府不应做任何会引起通货膨胀的事"。如果它又是基于对某事实性的假设,使它成为非基本的,则可重复这一向后转移的过程。把从基于事实的假设 F_1 的判断 J_0,转变成与 F_1 无关的一个判断(或一组判断)J_1;若它依赖于对事实的假设 F_2,则再转变为对 F_1 和 F_2 都无关的判断 J_2。这样,我们就有可能希望在此人的价值系统中最终达到某一基本的价值判断 J_n,虽然不能保证一定能够达到。

关于对价值判断争议的无益性的某些推广,是出于对基本的价值判断的性质的考虑,有时被通称为"目的"。事实上,这个对于基本价值判断的隐含的专注,对于经济学的发展有着重大和根本的影响。除了很少例外,经济学家们不愿意对如此的价值判断进行争议。罗宾斯在他对经济学的本质和意义的著名的论文中经典地阐述了此观念:"……看来在逻辑上不可能把此两种研究(伦理学和经济学)除了并列之外以任何形式联系起来。经济学论述可确定的事实,伦理学论述价值和义务"。[1] 如果伦理学仅论述基本判断,这一区别是存在的。罗宾斯以如下的方式解释他的观点:

[1] Robbins(1932), p. 132。

> 如果我们对目的有分歧，这是一个根据分歧的重要性或对立面的相互实力的你死我活——或自己活也让别人活的情况。但是，若我们对方法有分歧，则科学分析往往能够来帮助我们解决分歧。若我们对收取利息是否道德（我们知道所讨论的对象）有分歧，则就没有什么可争论的了[1]。

这一处理方法的关键困难在于，并不能明确地断定某一特定目的或相关的价值判断是否是基本的。用罗宾斯自己的例子来说，为什么双方对利息的道德观上的判断必须都是基本的呢?

当然我们不必采用这样一种简单的观点，而可以对罗宾斯的论证增补一些其他判别基本性的检验。我们可以直接询问有关人士，某判断在他的价值观中是否是基本的。但因为没有人会考虑到所有想像得出的不同的实际情况，从而决定他是否会在某情况下改变他的判断，他的回答可能是不具最终结论性的。另一方法是要求此人考虑一系列对以事实为依据的假设的恰当的修正，问他是否对任何所考虑的情形会改变他的判断。这一过程决不可能决定判断的基本性，虽然它能明显地指出该判断不是基本的。

有趣的是，有些价值判断的非基本性是可以验证的，但价值判断的基本性总是不可论证的。当然，可以假设有些不能被验证为明显非基本的价值判断是基本的，直至或除非突然出现实例说明这一假设是错的，这明显类似于在认识论中暂时接受一个基于事实的假说为真理，直至或除非得到否定此假说的新的观察。

顺便注意，一个基本的价值判断不一定是一个如前面所定义的 J_r 那样的"最终"原则。一个合适的约束可能会把一个非基本的价

---

〔1〕 Robbins(1932), p. 134。

值判断转换成一个基本的判断。举例澄清此点："在每一实际价格集上国家收入的增加意味着经济情况的改善"可能是非基本的，因为阐述的人若发觉有收入分配的"恶化"，不一定会有此观点[1]。由此，我们可从两个方向之一出发来得到一个基本的判断。我们可询问是否存在一个更基本的价值判断（例如，使总效益极大化），它相应于国家收入的增加，同时收入的分配并不变得更坏。或者，我们可询问此人是否总是接受此判断："国家收入的增加意味着经济情况的改善，如果收入分配（例如由吉尼系数来衡量）没有变化"。若回答是否定的，我们可以进一步对此判断作出约束。因而，即使不存在第一种方法能够得到"最终的"价值判断，基本的判断也可以通过恰当的约束来得到。

然而，用第二种方法判断基本性仍旧是存在困难的，哪怕我们知道存在某些基本的价值判断，我们有可能不能决定一特定的判断是否是其中之一。在超出一定程度对价值判断进行理性争论的不可能性这一"感情主义者"的根本困难，就是这一决定性的困难。有可能是，"最终会遇到不能得到进一步回答的情况，只是对责戒的一种重复：有价值就是因为它是有价值的"[2]。但是没有确切可靠的试验能够告诉我们，是否事实上已达到如此的终点。因此，我们不幸地不能得到一个规则，来决定在什么时候理性的争论可能是会有成果的，而什么时候则不是。在某个人的价值系统中，一个判断的非基本性有时可被明确地决定，但反之则不然，把一给定的价值判断看作是基本的，最多也是一种基于现有事实的假设。看来不可能排除对价值判断进行有益的科学的讨论的可能性。

---

〔1〕 区别国家收入的大小和它的分配的问题当然是众所周知的。特别见 Samuelson (1950)，Little(1957)和 Graaff(1957)。

〔2〕 Ayer(1959)，p. 244。亦见 Stevenson(1944)，(1963)。

§5.5 个体序和选择规则

考虑如下问题：个体A坚定地认为社会状态x优于y。但他知道社区中其他人都认为y优于x。进一步，个体A在他对集体选择的处理中是非常反独裁的，他应该怎么做？若他提议y，他就与他自己的偏好反道而行了，若提议x，他就违反了自己的反独裁的价值观，这显然是他必须面对的一个冲突。

在集体选择的模型中这种冲突是回避不了的。个人的价值在两个方面与此问题有关：(a)它们影响了个体偏好R_i；(b)它们与集体选择规则CCR的选择有关。在(a)和(b)中反映的价值观很容易有冲突，并且两类判断不能都是"基本的"。

一个解决此问题的办法，是把对于CCR的判断认为在某意义上是基本的，而在该意义上个体序R_i则不是。要讨论的模型中个体们表达他们的偏好，同时CCR试图给这些偏好以适当的表现，但一旦CCR选择了一个社会序，个人就会觉得有义务接受这个序为正确的，不管他们先前所表达的序如何。这种模型的例子可以在某些大学选择教授的程序中找到。在此，有两轮投票。第一轮对候选人投票，一旦得出决定，在第二轮中每一人再正式投选中人的票，从而使对他的选择是"一致的"。

然而，这并非是唯一可能的模型。另一个极端是个体们完全专注于他们认为是合适的偏好R_i，会否决不选择R_i为公共政策的CCR。个人对大多数实际的集体选择机制的态度，一般介于此两极端之间。一个人也许不会因为每次他的偏好在集体选择中没有完全得到体现，而希望来一场革命。但在某些情况下有人正会要这样做，从而试图改变集体选择的机制。法国革命中对自由、平等和博爱的要求，实际上是对当时存在的集体选择机制极度不满的表现。

一个 CCR 作为社会中制度特征的盛行，并不保证所有人甚至许多人对它的接受，因为实际盛行的选择机制反映了社会中政治和经济力量的一种平衡，并不一定基于一致的或广泛的赞同。

真正冲突的出现是，当一个人真正赞同一个 CCR，同时也要他的社会状态序被选为公共政策。除了在他赞成的 CCR 选择了他建议的社会序这一特殊的情况下，他不能两者兼得。一般来说，判断之一必是非基本的，有可能两者都是非基本的。

哈桑依（1955）把一个个体的“主观偏好”和他的“伦理偏好”区分开来，给了这一区别一个特定的解释。哈桑依把一个人的实际偏好 R_i 作为它的主观偏好，而定义伦理偏好为，若他认为他有“同样机会”在任何人的位置上时会有的那些偏好[1]。哈桑依采取了一组公理，保证了每个人会使期望效用极大化。这是一个相当特殊的模型，虽然有吸引力但仍大有值得商榷之处（见第 9 章）。

在 CCR 的情况下，可以给此区别一个更广泛的意义。可要求一个人在可行的 CCR 中根据他的伦理价值做出选择。可称这样选出的 CCR 为他的伦理 CCR。给出一组实际的个体偏好，由此人的伦理 CCR 所产生的社会偏好关系可认为是此人的伦理偏好。哈桑依的定义相应于一种特定的汇集方法，代表了这一更广义方法的一个重要的特殊情况[2]。

我不想在此问题上讨论有关“伦理”这个词的恰当性。这里所

---

〔1〕 如 Harsanyi 所定义的，把自己放在另一个人的位置上，就是假设得到并不仅仅是那个人的客观环境，而且还是他的主观特征（包括他的偏好）。对照 Samuelson（1964）对 Lerner（1944）“同样无知”的一个模型的推广。见 Pattanaik（1968a）对 Harsanyi 的评论。也见 Leibenstein（1965）。

〔2〕 严格地说这并不正确，因为 Harsanyi 的方法不是基于个体序，而是个人的效用函数。Harsanyi 的规则实际上是伦理“社会福利泛函”的一个特别情况，将在第 8 章中给予定义。

涉及的伦理价值大致就是有关把偏好组合起来的那些，人们也可引进其他伦理价值。给定其他人的偏好和一个人对集体选择过程的价值，将他会作为公共政策基础接受的和他本人实际的偏好区分开来是重要的。如此解释，他心中所有的两类偏好之间就没有冲突了。因为它们涉及的是两个不同类型的问题。一个人可以希望其他人与他有相同的偏好序 R_i（因此他信赖 R_i）。但给定其他人的偏好时，他愿意接受由一特定的 CCR 所产生的社会偏好（因此他信赖 CCR）。在讨论集体选择的某些特定的问题中，这个区别是有用的。

§5.6 关于选择规则的条件

我们所希望的在 CCR 中反映的价值之间，也可能有冲突。阿罗的不可能性定理就是一个例子，当在一个 CCR 上加了条件 O（即在一个 SWF 上），条件 U、P、I 和 D 之间就会有冲突。显然，所有这些价值不能都是基本的。

要求"无限制定义域"的条件 U，它与其他条件在逻辑上是处于不同地位的。给定了某一个体偏好的结构，其他的条件指定或限制了什么是应该做的。然而，条件 U 宣称 CCR 一定要对所有可能的个体偏好结构都可行。当然，可以宣称某些个体偏好的结构是永远不会出现的[1]。如果一个人相信在实践中某些构造可以被排除的话，他就没有理由对 CCR 或 SWF 提条件 U 这个要求。

如果一个人认为在大多数可能的情况下一个 CCR 是适当的，但在某些看来不太可能的偏好结构上是有缺陷的，则可能出现更微

[1] 马克思主义的观点，人们的偏好依赖于他们的阶级利益，这就马上排除了某些逻辑上可行的结构。事实上，任何个体偏好的宿命性理论在某种程度上限制了个体偏好的形式，由此减少了对无限制定义域条件的需要。

妙的冲突。一个 CCR 的优点并非不依赖于实际偏好的构造，在要求它在所有情况下都良好，就会排除那些在大多数情况下很好而不是在所有情况下都很好的规则。我们将在讨论特定规则时，譬如多数决定方法（第 10 和 10* 章）时，对此作进一步的讨论。在如 O，P 或 I 那些条件上再加上条件 U，就是要求 CCR 甚至不能在一个个体偏好构造上（不管此构造可能与否）违反社会偏好的传递性，或者帕莱托原则，或者无关方案独立性。这导致了阿罗的不可能性结果。

我们可以考虑关于 CCR 的其他一些普遍的条件。对满足无关方案独立性的 CCR，梅（May，1952）提出了一组条件。*匿名性*条件，要求若你有我的偏好同时我有你的，如此等等，即将给定的偏好集在个体上的重新排列后，社会偏好应保持不变。*中立性*，要求选择的规则不能对方案有歧视，即一个准则如果允许我们说社会认为 x 与 y 一样好，若 x 和 y 分别被换作 z 和 w 后，也应足以能让我们宣称社会认为 z 与 w 在该准则之下一样好[1]。*正响应性*，要求个体偏好和社会偏好之间是正相关的，即若在某种情况下社会认为 x 与 y 至少一样好，现在 x 在某人的偏好关系中相对于 y 变得更好了，而在任何人的偏好中没有变得更差，则 x 必须被认为社会严格好于 y。

这些条件看来是有吸引力的，梅证明了，唯一确定的具无限制定义域的、无关方案独立的，同时具匿名性、中立性和正响应性的 CCR 是多数决定方法（见定理 5*.1）。若一个人赞成所有这些条件而不愿意接受多数决定规则，那么他就麻烦了，因为他至少必须要丢弃这些判断中的一个。

进一步，对有些个体偏好的构造，由多数决定得出的社会偏好

[1] 在第 5* 章对这一条件的正规陈述中，“中立性”的定义中包括了“无关方案独立性”。May 的陈述中也是如此。

是无传递性的，而且事实上甚至还会违反非循环性（例如“投票悖论”的情况）。因此，若我们要求上一段中所提的条件，我们不仅要放弃社会偏好的传递性，而且要放弃非循环性（定理 5*.2）。若我们喜欢非循环性，则必须放弃其他条件中之一。这个不可能性结果与阿罗的相似，它提出了另一个困难的选择问题〔1〕。

如果把正响应性换成非负响应性（即若在任何人的序中 x 对 y 不变得更差，则在社会序中 x 对 y 也不能变得更差），则情况有所变化。我们就有一定的自由度，可以满足非循环性甚至拟传递性。进一步，假设我们加强帕莱托原则，即若有人（不一定每一个人）认为 x 优于 y，同时每一个人认为 x 至少与 y 一样好，则要求 x 社会优于 y。那末可证明，此 CCR 一定是帕莱托扩展规则：它遵循帕莱托规则，然后任意地把所有帕莱托不可比的方案对宣称为社会无差异（定理 5*.3）使之具完全性。在证明定理 4*.1 中我们运用了这样一个 CCR，前面我们曾讨论了它与布坎南和塔洛克（1962），以及其他人（第 2 章）的集体选择理论的关系。根据这个规则，若 y 非帕莱托优于 x，则 x 社会至少与 y 一样好。

很多人会直接否认帕莱托扩展规则和它对分配判断的完全回避。但他们可能不愿意否认任何一个如拟传递性，或匿名性，或无关方案独立性，或无限制定义域，或帕莱托原则这样的条件。这些条件一起蕴涵了此 CCR 一定是帕莱托扩展规则。这一困境属于一类广泛的困境，阿罗的不可能性结果也是其中一个例子。

注意到多数规则和帕莱托扩展规则虽然是两个非常不同传统下的规则，然而在与他们相应的潜在条件之间只有很小的区别。多

〔1〕 Hansson（1969）得到另一有趣的结果，就是当在一个 SWF 上加上无关方案独立性、中立性和匿名性后，会使所有的方案社会无差异。然而，这结果不能用于 SDF 上，在第 5* 章中将会得到澄清。

数决定方法像帕莱托扩展规则那样,满足独立性、匿名性、中立性、非负响应性、强帕莱托原则,以及无限制定义域条件。两者的区别是,MMD满足正响应性(不仅仅是非负响应性),而帕莱托扩展规则不满足此条件;帕莱托扩展规则满足社会偏好的拟传递性,而MMD不满足。若只观察这些条件而不知道有关的定理,很难猜测到这些条件的微小变化是如何重要。阿罗首次命名了"正相关性"条件,它比"非负响应性"更弱[1]。但是,从梅的"正响应性"到阿罗的"正相关性",占据了我们从多数规则到非常不同的帕莱托扩展规则的几乎所有的方式。

主要的教训是,很难对这些条件孤立起来判断,必须把它们和其他与其组合的条件一起来考虑。对CCR性质的此类判断一般是非基本的。我们有必要在表示赞同之前询问运用这些条件的确切情况。更多的条件和更多的冲突将在第6和6*章中讨论,以进一步进行这类论证。

[1] Arrow的"正相关性"要求,若在任何人的判断中x相对于y没有改变得更差,而且原来x优于y,则x仍然优于y。它并未对x原来与y无差异的情况作出任何说明。非负响应性要求在此情形中,x也不应相对于y变得更差,即x必须保持至少与y一样好。

第5*章

匿名性、中立性和响应性

§5*.1 关于多数规则的条件

对于集体选择规则的一组条件,可能没有一个规则能够满足它们(如阿罗对所有满足条件 O 的规则的四个条件),或者也可能被许多规则所满足(如对选择规则只加帕莱托原则和非独裁性条件)。在它们之间,还有仅仅只能被一个规则所满足的一组条件。这里阐明关于多数决定方法的一组充要条件(见梅(1952))。先定义多数决定方法。

定义 5*.1 多数决定方法成立当且仅当

$$\forall x, y \in X: xRy \leftrightarrow [N(xPy) \geqslant N(yPx)],$$

其中 $N(aPb)$ 是对 X 中的 a 和 b 有 $aP_i b$ 的人数†。

注意,因为无差异对双方都起作用,故上述定义与 $xRy \leftrightarrow [N(xRy) \geqslant N(yRx)]$ 等价,其中 $N(xRy)$ 是使 $xR_i y$ 的个体 i 的个数(见阿罗(1951))。

多数决定方法(MMD),属于使在 x 和 y 之间的社会偏好仅依赖于在 x 和 y 之间的个体偏好的集体选择规则那一类。它被条件

† 译注:原文为"其中 $N(aPb)$ 是对 X 中所有的 a 和 b 有 aP_ib 的人数"。

I 缊涵。

引理 5*.a 对于任何满足条件 I 的确定的集体选择规则，在 X 中每一对 (x, y) 上的社会偏好关系 R 一定是一个仅在 (x, y) 上的个体偏好 R_i 的函数。

现在，对满足条件 I 的集体选择规则定义以下三个条件。

定义 5*.2 对于分别将其映射到 R 和 R' 的集体选择函数 f 的定义域中个体序的所有 n 元对 $(R_1, \cdots, R_n)$ 和 $(R'_1, \cdots, R'_n)$，

(1) 若 $(R_1, \cdots, R_n)$ 是 $(R'_1, \cdots, R'_n)$ 的重排意味着 $\forall x, y \in X$: $xRy \leftrightarrow xR'y$，则匿名性(条件 A)成立。

(2) 若 $\forall x, y, z, w \in X$: $[(\forall i: xR_iy \leftrightarrow zR'_iw) \& (\forall i: yR_ix \leftrightarrow wR'_iz)] \rightarrow [(xRy \leftrightarrow zR'w) \& (yRx \leftrightarrow wR'z)]$，则中立性(条件 N)成立。

(3) 若 $\forall x, y \in X$: $[\forall i: \{(xP_iy \rightarrow xP'_iy) \& (xI_iy \rightarrow xR'_iy)\} \& \exists k: \{(xI_ky \& xP'_ky) \vee (yP_kx \& xR'_ky)\}] \rightarrow (xRy \rightarrow xP'y)$，则正响应性(条件 S)成立。

匿名性要求，社会偏好相对于个体偏好的不同排列是不变的。中立性要求，若两方案 x 和 y 在情形 1 中的每个个体偏好与 z 和 w 在情形 2 中的关系完全相同，则在情形 1 中 x 和 y 之间的社会偏好必须与在情形 2 中 z 和 w 之间的完全相同。正响应性要求，若在 x 与 y 之间某个个体偏好向有利于 x 方向变化，同时其他每个人对于 x 和 y 之间的偏好保持不变，则社会偏好也应向有利于 x 方向变化；若原来 x 与 y 是社会无差异的，则现在 x 必须社会严格好于 y。

引理 5*.b 对任何集体选择规则，中立性(N)缊涵无关方案独立性(I)。

证明可直接从定义 5*.2(2)中令 $x = z$ 和 $y = w$ 得到。

定理 5*.1 条件 U、A，N 和 S 一起是使一确定的集体选择规则成为多数决定方法的充要条件[1]。

证明 显然，从 MMD 的定义可知，它满足以上所有四个条件，因此只需证明充分性。由引理 5*.b，它满足条件 I，故对在 x 和 y 上的社会偏好仅需考虑在 x 和 y 上的 R_i。由匿名性(A)，社会偏好必须仅依赖于分别认为 x 优于 y，y 优于 x、以及 x 和 y 无差异的个体数。由中立性(N)，若 $N(xPy) = N(yPx)$，则 xIy，这可用反证法假设在每个个体偏好序中对 x 和 y 的不同组合来验证。对 X 中的 x 和 y，给定 $[N(xPy) = N(yPx)] \rightarrow xIy$，则由正响应性(S)有 $[N(xPy) > N(yPx)] \rightarrow xPy$。此即为多数决定方法。

定理 5*.1 的如下推论，对集体选择提出一个小小的问题：

推论 5*.1.1 不存在满足条件 U，A，N 和 S 的 SWF。

证明可从定理 5*.1 直接得到。注意到个体偏好的有些构造会产生一个非传递的多数偏好关系，所以这个选择规则不是一个 SWF。

然而，推论 5*.1.1 比前面所证的定理 3*.1(一般可能性定理)要弱，并且被它所蕴涵。这可通过以下两个引理直接得证。

引理 5*.c 一个具匿名性的集体选择规则一定是非独裁的。

引理 5*.d 一个具中立性和正响应性的确定的集体选择规则，满足强帕莱托原则。

引理 5*.c 的证明可直接从定义得到。为了证明引理 5*.d，注意到由中立性有 $[\forall i: xI_iy] \rightarrow xIy$。因此，由正响应性，若 $\exists i: xP_iy \ \& \ \forall i: xR_iy$，则 xPy。

强帕莱托原则(P^*)蕴涵弱的帕莱托原则(P)，所以推论 5*.1.1

[1] 这是经过修改的 May(1952)的定理。

也可直接从定理 3*.1,以及引理 5*.c 和引理 5*.d 得到。然而,下面是一个较强的结果。即使将这些条件加在一个 SDF 上而不是一个 SWF 上,不可能性依然继续存在。

定理 5*.2 不存在满足条件 U, A, N 和 S 的 SDF。

由定理 5*.1 和引理 1*.1,证明可从指出对个体偏好的某种构造,多数决定方法违反非循环性推得,如给出三个个体 A, B, C,以及三个方案 x, y, z,设 xP_1yP_1z, yP_2zP_2x 和 zP_3xP_3y,则由 MMD 得到 xPy, yPz, zPx。

阿罗的"个体和社会偏好之间的正相关性"条件显然弱于条件 S(正响应),而在意义上类似。我们可以把阿罗的条件加强,但仍保持使它比条件 S 弱,并且观察由此条件替代条件 S 的含意[1]。

条件 R(非负响应性) 对于分别将其映射到 R 和 R' 的集体选择函数 f 的定义域中个体序的所有 n 元对 $(R_1, \cdots, R_n)$ 和 $(R_1', \cdots, R_n')$,非负响应性成立当且仅当

$$\forall x, y \in X: [\forall i: (xP_iy \rightarrow xP_i'y) \& (xI_iy \rightarrow xR_i'y)] \rightarrow [(xPy \rightarrow xP'y) \& (xIy \rightarrow xR'y)]。$$

此条件意即只要 x 在任何人的偏好序中不变差,它也不能在社会序中变差。将条件 S 变弱为条件 R 是否会引起实质上的不同?在下节可以看到,事实上是会的。

§ 5*.2 帕莱托扩展规则

如分别在定理 4*.1 和定理 4*.1 的证明中所用过的,现在定义由帕莱托不完全性转化为帕莱托无差异导出的一对集体选择规则。

---

[1] 参看 Murakami(1968)的"单调性"。

定义 5*.3 (1) 弱帕莱托扩展规则(以后记作 WPE)是一集体选择规则,它使

$$\forall x, y \in X: xRy \leftrightarrow \sim \left(y\overline{P}x\right)。$$

(2) 帕莱托扩展规则(以后记作 PE)是一集体选择规则,它使

$$\forall x, y \in X: xRy \leftrightarrow \sim (y\bar{P}x)。$$

在证明关于集体选择规则为帕莱托扩展规则的充要条件的定理之前,先给出两个引理。

引理 5*.e 若存在某一关于任意有序方案对是几乎决定性的个体 J,则满足条件 U, P 和 I,并且总产生一拟传递的和完全的社会偏好关系的集体选择规则,意味着 J 必定是一独裁者。

虽然这是引理 3*.a 的一个推广,引理 3*.a 的证明也足够能证明引理 5*.e,因为在证明中只用到 R 的拟传递性,而并未用到全传递性。

如果对某 i, xP_iy 蕴涵 xRy 而不一定是 xPy,则个体 i 在一个较弱的意义上是决定性的。

定义 5*.4 一个个人 J 关于 x 对 y 是半决定性的,若每当 xP_Jy 时有 xRy。他关于 x 对 y 是几乎半决定性的,若对所有的 $i \neq J$ 每当 xP_Jy 和 yP_ix 时有 xRy。

将某人 J 关于 x 对 y 是半决定性的和几乎半决定性的分别记作 $\overline{S}(x, y)$和 $S(x, y)$。

引理 5*.f 若存在某个个体 J,他关于任意一对有序方案对是几乎半决定性的,则一个满足条件 U, P 和 I,并且总产生一拟传递的和完全的社会偏好关系的集体选择规则蕴涵 J 关于每一对有序方案对都是半决定性的。

证明 证明与引理 3*.a 的证明类似。设某人 J 关于某 x 对

果 y 是几乎半决定性的，即 $S(x, y)$。在三元(x, y, z)上设此人 J 有偏好 xP_Jy & yP_Jz，同时所有其他个体 $i(\neq J)$ 有 yP_iz & yP_ix，则由条件 P 得 yPz。因为 $S(x, y)$，显然有 xRy。若 zPx，则 yPx（由拟传递性），而这是不可能的。因此，由 R 的完全性知 xRz。但是，在 x 和 z 之间，所有 $i\neq J$ 的偏好并未给出，只有 J 肯定认为 x 优于 z，所以 J 关于 x 对 z 是半决定性的。于是，$S(x, y)\rightarrow\overline{S}(x, z)$。

取 zP_Jx & xP_Jy，同时对所有的 $i(\neq J)$ 有 zP_ix & yP_ix，同样可以得到 $S(x, y)\rightarrow\overline{S}(z, y)$。对此，交换 y 和 z，则有 $S(x, z)\rightarrow\overline{S}(y, z)$。在证明 $S(x, y)\rightarrow\overline{S}(x, z)$中把 x 换成 y，y 换成 z，以及 z 换成 x，得到 $S(y, z)\rightarrow S(y, x)$。因此，$S(x, y)\rightarrow\overline{S}(x, z)\rightarrow S(y, z)\rightarrow\overline{S}(y, x)$。于是，仅从 $S(x, y)$得到以下全部三个结果：$\overline{S}(x, z)$、$\overline{S}(z, y)$和 $\overline{S}(y, x)$。

现在交换 x 和 y，发现 $S(y, x)$蕴涵 $\overline{S}(y, z)$，$\overline{S}(z, x)$和 $\overline{S}(x, y)$。但是 $S(x, y)\rightarrow S(y, x)$，因此 $S(x, y)$蕴涵 $\overline{S}(x, y)$，$\overline{S}(y, x)$，$\overline{S}(y, z)$，$\overline{S}(z, y)$，$\overline{S}(x, z)$，$S(z, x)$，以及 J 关于三元(x, y, z)中的任何一对是半决定性的。

如在引理 3*. a 中那样，可将以上所述扩展到对任何方案数，这便完成了引理 5*. f 的证明。

最后，给出一个判断 CCR 是帕莱托扩展规则的条件。

定理 5*. 3 对于一个总产生拟传递的和完全的社会偏好关系的 CCR，条件 U，I，P^* 和 A 一起是此 CCR 成为帕莱托扩展规则的充要条件。

证明 如在定理 3*. 1 的证明中，比较所有对某方案对（不必是同一对）是几乎决定性的个体集合，从中选出最小的集合（若存在不止一个最小的集合，则选其中的任一个）。设此集合为 V，并且设它

关于 x 对 y 是几乎决定性的。若 V 仅包含一个个体，则由匿名性，每一个体关于 x 对 y 都必定是几乎决定性的，由引理 5*.c，每一个体都必定是一独裁者，但这是不可能的。因此，V 必然包含不止一个个体。

把 V 中的所有个体分为两组：V_1 包含任一特定个体（设为 J）和 V_2 包含所有在 V 中而不在 V_1 中的个体，而 V_3 包含所有其他个体。正如定理 3*.1 的证明中那样，对 x，y 和某个 z，现在考虑以下个体偏好的构造：

(1) 对于 V_1 中的所有 i，xP_iy & yP_iz，

(2) 对于 V_2 中的所有 j，zP_jx & xP_jy，

(3) 对于 V_3 中的所有 k，yP_kz & zP_kx。

因为 V 关于 x 对 y 是几乎决定性的，并且 V 中的每一个个体都认为 x 优于 y，不在 V 中的每一个认为 y 优于 x，所以有 xPy。由于仅仅在 V_2 中的人认为 z 优于 y，而其他所有人认为 y 优于 z，故若设 zPy，则 V_2 将成为一个几乎决定性的集合，但这是不可能的，因 V 是最小的几乎决定性集合，而 V_2 是它的一个真子集。由此，有 yRz。现在若设 zPx，则由拟传递性和 xPy，一定有 zPy。但事实是 yRz，故由 R 的完全性必然得出 xRz 的结论。然而，仅仅只是在 V_1 中一个个体认为 x 优于 z，而所有其他个体都认为 z 优于 x，因此 J 关于 x 对 z 是几乎半决定性的。于是，由引理 5*.f，J 关于每一有序方案对是半决定性的。

由匿名性，每一个体关于每一有序方案对是半决定性的。因此，

$$\forall i:[\forall x, y:(xP_iy \rightarrow xRy)]。$$

这意味着 $\forall x, y: xPy \rightarrow \forall i: xR_iy$。但由强帕莱托原则 P^* 知道

$$\forall x, y:[(\forall i: xR_iy \ \& \ \exists i: xP_iy) \rightarrow xPy]$$

和

$$\forall x, y: [\forall i: xI_i y \rightarrow xIy]。$$

因此，$\forall x, y: [(\forall i: xR_i y \ \& \ \exists i: xP_i y) \leftrightarrow xPy]$。进而，由 R 的完全性，

$$\forall x, y: [xRy \leftrightarrow \sim(\forall i: yR_i x \ \& \ \exists i: yP_i x)]。$$

这就是帕莱托扩展规则，于是定理 5*.3 得证。

容易验证，帕莱托扩展规则也满足中立性(条件 N)和非负响应性(条件 R)。MMD 满足条件 U, I, A, N, P^* 和 S，而帕莱托扩展规则满足条件 U, I, A, N, P^* 和 R，以及社会偏好的拟传递性(见定理 5*.1，定理 5*.3 和引理 5*.d)。看来，对响应性的放宽(从 S 到 R)和对社会偏好性质的加强(加上拟传递性)，就把多数规则变成了帕莱托扩展规则。

第6章 冲突与困境

§6.1 评注匿名性和中立性

如我们在第5*章中所见，将匿名性和中立性的假设加在一个社会决定函数上时，它们是十分有力的条件。这些条件到底有多大合理性呢？首先注意到，现实中的许多集体决定过程是违反这些条件的。在联合国，有关程序的决议可以由一个简单的多数表决来决定，而具实质性的决议就要三分之二的多数来通过。因此，在此情形下，集体选择并不具中立性。然而，它具匿名性。但若我们把目光从联合国大会转到安理会，情况就不同了，因为这时只有五个国家具有否决权。

自由市场分配过程，不管是资本主义的还是社会主义的市场经济（即兰格-勒纳（Lange-Lerner）系统），肯定是非中立的和非匿名的。我选择我的消费品，你选择你的消费品，哪怕现行的社会方案不变，我们之间偏好的互换会产生一个不同的社会结果。这违反了匿名性，中立性也不成立。假设在某情况下，我喜欢我墙上的颜色是蓝的而不是白的，而你喜欢的与我相反，其他的社会状况为 Ω。市场机制可能会保证我的墙是蓝色的。在另一种情形下，我可能喜欢你的墙是蓝的而不是白的（其余的社会状况为 $\hat{\Omega}$），而你有相反的偏好。这仅仅是一个方案的替代，但市场机制可能会使你的墙是白

色的而不是蓝色的。这违反了中立性。

市场机制违反匿名性或中立性并不一定说明这些原则是不可取的。我们仍然可以遵照它们，同时争辩："市场机制也没有什么好"。实际上，市场机制不能照顾到"外来因素"是市场系统的一个众所周知的缺点之一。然而，个人有选择自由的价值要比他们在市场机制中得到的表现要深刻得多，有必要对它们作仔细的研究。

§6.2 自由价值和一个不可能性结果

可以断言，某些社会选择是纯粹个人的。例如，社会中其他情形为 Ω，A 先生睡觉时脸朝上(x)；并且其他情形为 Ω，A 先生睡觉时脸朝下(y)。假设 A 先生认为 y 比 x 好，同时其他很多人有相反的偏好。可以争辩在 x 和 y 之间的社会选择是一个纯粹个人的事，因为 A 先生是唯一"实际上"有关的人，其他人只不过是"爱管闲事的"。也可能选择一个 CCR，使得在这种纯粹"个人的"选择中，社会偏好应该明确地反映 A 先生的偏好。

表现这个自由主义条件(条件 L)的一个非常弱的形式，是每一个个人对至少一个方案对在社会选择中是完全决定性的，即 A 先生对 x 和 y 是决定性的。一般来说，有不止这样的一个方案对，这在一定程度上是因为：(a)存在其他个人选择的例子，例如 A 先生在睡觉前做一点瑜珈练习(不管其他人对此如何反感)，(b)甚至在那个脸朝上或朝下睡觉的例子中也不止这样一个方案对，因为 Ω 可以是不同的。例如，当 B 先生的厨房墙壁是粉红色时，A 先生可以脸朝下不是脸朝上睡，而当 B 先生的厨房墙壁是深红色时，他也可以同样这样做。因此，条件 L 实际上是非常弱的；尽管一个自由主义者应该接受条件 L，他一定还想要得到更多。

一个比条件 L 更弱的要求是条件 L^*，它要求至少有两个个人，

每人分别有对一对方案的个人偏好应该在社会偏好中反映出来。这个条件是极度宽松的，可以称为"最小自由主义"条件。因为把拥有如此自由度的个体人数再减少(即减少至一个个人)，就会允许一个完全独裁者的出现。这就很不自由了。

不幸的是，如同森(1970)所证明的以及在后面的定理 6*.1 中所重复的，当加在一个 SDF 上时，这一最宽松的条件 L^* 与条件 U(无限制定义域)和 P(弱的帕莱托原则)是不相容的。可将这一不可能性结果与阿罗的不可能性定理加以对照。

条件 L^*(最小自由主义)比起阿罗的条件 D(非独裁性)要强一些，尽管它似乎比"自由主义"所要求的要弱得多。阿罗的定理和定理 6*.1 都需要条件 U 和 P。阿罗的定理需要条件 I(无关方案独立性)，而定理 6*.1 不需要。进一步，阿罗的条件是用于 SWF 上(即加上条件 O)的，而这一定理则可用于 SDF 上(即条件 O^*)，它不要求传递性而只要求社会偏好具非循环性。当然，非循环性严格弱于传递性，然而不可能性还是成立，因此使人困惑。

举一个例子来澄清问题的本质。设社会选择在如下三个方案中作出：A 先生阅读《查泰莱夫人的情人(*Lady Chatterly's Lover*)》，B 先生阅读它，或没有人阅读它。我们分别称此三个方案为 a、b 和 c。拘谨的 A 先生最希望没有人阅读它，其后他自己阅读它，而最不希望那个"易受影响的"B 先生看它，即他认为 c 优于 a 和 a 优于 b。好色的 B 先生希望至少他们之间有一人能阅读它，并且他更希望 A 先生能阅读它，因为他想要 A 先生了解劳伦斯(D. H. Lawrence)的文采。因此，他认为 a 优于 b 和 b 优于 c。如果要从 A 先生阅读它和没有人阅读它中作出选择，自由主义观点就会认为社会偏好应反映他的偏好。由此，社会会认为没有人阅读它要比让 A 先生阅读一本他认为是可怕的书要好。于是，c 社会优于

a。相似地，自由主义观点认为在B先生阅读它和无人阅读之间，社会选择应反映B先生的偏好，因而b优于c。据此，社会认为B先生阅读它比无人阅读它要好，而后者比A先生阅读它要好。然而，甚至用弱的帕莱托原则，B先生阅读它也要比A先生阅读它帕莱托差。如果社会偏好尊重这个排列，则a优于b。这样，每一个方案都可能被认为比其他的方案要差，因此，在此集合中没有最好的方案，从而也就没有最优的选择。

§6.3 评注非循环性

注意对任何一特定的方案对哪怕是在无限制的定义域上，帕莱托原则和最小自由主义条件之间也没有冲突。只是当我们加入了不止一个方案对时，冲突才会出现。一个避免冲突的方法是排除对与对之间的选择，并且不从社会偏好关系得到一个选择函数。当然，可以说在a与b之间要选择a，在b与c之间选择b，在c与a之间选择c，以及在a、b和c之间选择a。根据我们的定义，这不再是一个集体选择规则，因为它不能由社会偏好关系来表达。特别地，它违反了性质α，因为a是(a, b, c)中最好的，但不是(a, c)中最好的。

很难找到放弃非循环性的理由。但可能从定理6*.1和相似的结果中找到。如果不能放弃条件P也不能放弃条件L^*，而且选择机制应该对定理6*.1(或上面第6.2节中)所给出的个体偏好序的构造作出选择，则必须放弃非循环性。如果P和L^*具有“不可抗拒的”吸引力，则非循环性必须是一个可放弃的对象。

但是这个方法并不很有吸引力。第一，在此情形中放弃非循环性意味着选择函数将不是基于一个对与对之间的偏好关系。此外，甚至于违反了理性性质α。为什么在a，b和c中要选择a，而在a

和 c 中不选它呢？性质 α 是一个极有吸引力的条件。

第二，为了避免悖论而放弃非循环性带有作弊的倾向；它行得通仅仅是因为这里条件 P 和 L^* 是加在对与对的比较上的，而非循环性实质上使得社会选择并非是对与对的。给定社会偏好的非循环性，必须重新定义条件 P 和 L^*。我们可能要求（条件 $\hat{P}$），如果集合 S 包含某个所有人都认为优于 x 的方案 y，x 就不应在选择集 $C(S)$ 中。我们也要求（条件 $\hat{L}^*$）存在两对方案（x 和 y，以及 z 和 w）和两个个体 A 和 B，使得如果个体 A（或个体 B）认为 x 优于 y（或 z 优于 w），则若 x（或 z）是在集合 S 中，y（或 w）就不应在社会选择集 $C(S)$ 之中。同样，如果个体 A（或个体 B）认为 y 优于 x（或 w 优于 z），则若 y（或 w）是在集合 S 中，x（或 z）就不应在选择集 $C(S)$ 中。条件 $\hat{P}$ 和 $\hat{L}^*$ 仅仅对一个不一定是从一个偏好关系得到的选择函数重申了帕莱托原则和最小自由主义原则。容易验证，给定个体偏好序集合，当加在一个给出社会选择函数的集体选择机制（严格地说不是一个 CCR）上时，条件 $\hat{P}$、L^* 和 U 是不相容的。事实上，前面有关 a、b 和 c 的例子已能充分说明这一点。根据条件 $\hat{P}$，(a, b, c) 的选择集不能包括 b，同时由条件 $\hat{L}^*$，此选择集也不能包括 a 或 c。因此，此选择集必定是空的。如果我们放弃非循环性，则条件的动机要求重新陈述这些条件，这又引起了不可能性。据此，放弃非循环性不是一个有指望解决问题的方法。

§6.4 评注自由价值

当然，可以提出放弃条件 L^*。以下就是一种说法：有些事情是一个人的"私事"这种说法是站不住脚的。如果 A 先生墙壁的颜色干扰了 B 先生，则这也是 B 先生的事了。如果 B 先生脸朝下睡觉或者醒来时阅读《查泰莱夫人的情人》会使 A 先生不悦，则 A 先生

是这一选择的有关方。

这毫无疑问也是一种可能的观点。像禁止抽大麻，或抑制同性恋行为，或色情描写，这类法规的普及至少在一定程度上反映了这种观念。公共政策常常是以对个人有关甚至只对那些和这些个人直接有关的事强加别人的意愿为目的的。然而，条件 L^* 实际上是非常弱的，放弃它就等于完全否定对这种自由的考虑。条件 L^* 只涉及两个人和每人一个方案对，我的猜测是，对于这个非常弱的形式下的条件 L^* 和甚至较强的条件 L，将会有很多的提倡者[1]。否认条件 L^* 不仅仅违反了通常所理解的自由主义，甚至还否认了对个人自由的最起码的表示。它同时也否认了隐私权，因为在 x 和 y 之间的选择可能是被迫供认一个人的个人事情(x)和不被迫供认(y)。因此，在一般的意义上不是“自由主义者”的人，也可能支持 L 或 L^*。

§6.5 评注帕莱托原则

另一个选择是放弃帕莱托原则。在第 2 章中指出，这个原则，特别是以它的“弱”的形式出现，在社会福利文献中是有点神圣不可侵犯的。但是，也可以根据在第 6.2 节中和定理 6*.1 中考虑到的类型的例子，来对它作出攻击。可以说，重要的是不仅仅知道谁喜欢什么，而且还要知道为什么他有如此的偏好。如果在他自己阅读和没有人阅读之间选择，A 先生自己不想阅读那本书，但他要剥夺

---

[1] L 或 L^* 的吸引力取决于给出选择方案的性质。如果选择都是非私人的，例如是否禁止把个人凌驾于法律之上，或对另一国家宣战与否，条件 L 或者 L^* 应没有什么用处。然而有关个人私事的选择，L 或 L^* 就很有吸引人之处。这并不是说在每一集体选择情形中此类冲突会令人困惑，但在很多现实的选择下，这个冲突会引起很大麻烦。

B先生阅读它的机会(B先生认为比不看它更有益)。可以说,A的这种偏好序的特定本质混淆了他自己阅读此书和B阅读此书对他的偏好的价值的影响。也就是说,应该忽视那些基于什么是对别人有利的特别爱管闲事的偏好。

这种推理不管有否吸引力,还对除了帕莱托原则之外的其他方面提出了疑问。第一,如果社会选择不仅仅依赖于个体偏好而且还依赖于其他东西,例如这些偏好的起因,则集体选择规则(因而也是SWF或SDF)这个概念本身也就有疑问了。社会偏好就不仅仅是个体偏好的函数了。

第二,然而也可以说集体选择机制事实上不能运用于像个体序的起因(或原因)这样复杂的信息上。要把它考虑在内,只能利用如以前所提到的在其他方案对上的偏好关系。可以认为,A先生情愿自己看这本书而不让B先生看的这个偏好是不重要的,因为若给定选择A先生情愿不去看它。如果接受这个方法,我们被限制于一个CCR(可能是一个SWF或一个SDF),但违反了条件I(无关方案独立性)。

在定理6*.1和6*.2中,没有如此运用条件I。但由帕莱托原则得出的社会决定是满足条件I的,而这种条件的隐含运用可能也是有问题的[1]。如果x和y之间的社会偏好只能依赖于x与y之间的个体偏好,则弱的帕莱托原则似乎就很有说服力。然后,若没有对这种独立性的假设,则可以断言x和y之间的个体偏好不具有对x和y之间作出社会选择的足够信息。在此情况下称帕莱托拟序为"匿名拟序"看来会使人有点误解[2],因为有关的匿名性仅仅

〔1〕 在Arrow的一般可能性定理(定理3*.1)的证明中,对条件I的运用是更直接和普遍的(见引理3*.a的证明)。

〔2〕 Arrow(1951),p.36。

是针对一特定方案对的.

放弃帕莱托原则对于集体选择特别是福利经济学的后果必定是巨大的，大多数政治选择机制是帕莱托包含的。当存在外来因素时，虽然自由市场分配不一定达到帕莱托最优性，但帕莱托最优性还是被认为是一个很遗憾没能达到的目标。由所讨论的问题似乎得到的是，在存在以“爱管闲事”形式出现的外来因素时，帕莱托最优性不一定是一个所希望达到的目的[1]。所有这些是具有深远后果的。

再说，对帕莱托原则的否定不应该是我们高兴的原因。它是一个很有吸引力的准则，很多人是不会轻易放弃它的。如在推理中所做的，加入“无关”方案是令人担忧的，特别是因为“爱管闲事”的迹象不管可悲与否仅仅是间接的。A先生情愿自己看这本书而不让B先生看的理由可能是基于A对B看了那本“危险”的书以后的社会行为的预期。仅仅观察A的偏好序不能得到名副其实的爱管闲事的有力证据，虽然对帕莱托原则似乎可以有疑问，而放弃它看来要十分谨慎。

§6.6 评注无限制定义域

几乎在所有有关集体选择的不可能性定理中，条件U的使用都是重要的。对于许多个体偏好的构造，条件P和L^*（或L）之间并无冲突。如果现实中的偏好都属于此无害的一类，我们就不必对此问题多加考虑。然而，有似乎可行并且引起冲突的例子。

虽然我们不能如此忽略这个问题，可以说对个人自由的最终的

[1] 似值提一下以上例子中的“自由主义”解，即(a, b, c)中的b，不仅不是帕莱托最优的，还是一个不均衡点。因此，市场也不会达到这帕莱托不优的“自由主义”解。

保证不能从集体选择的机制中得到，而是从发扬尊重相互之间的隐私权和个人选择的价值观和偏好中得到。

从这一章所讨论的困境和冲突中，我们显然可以得到几点启示。除非个体偏好有某些特定的形态，帕莱托原则会与最小自由主义冲突。坚定的自由主义者可能对这两者之间的选择不会有困惑[1]。认为 L^* 正确的那种推理看来否定了对帕莱托原则 P 的完全追随。甚至对一个严谨的人来说，否认“爱管闲事”这个概念而把 A 对 B“个人的”事情也看作是 A 的正当事情并非特别不好。他很有可能接受条件 P 而抛弃条件 L^*。真正的困境是对于一个介于两者之间的人来说的，他觉得爱管闲事这个概念是有意义的和恰当的，但哪怕在个体偏好是在爱管闲事的情形下也不愿抛弃帕莱托原则。这个观点带有一点精神分裂症，可是这也并非是很大的安慰，因为在这意义上很多人是有精神分裂症的。

也可以争辩，某个对一 CCR 的特定条件如帕莱托原则或最小自由主义，是否是一个好的条件，主要取决于实际存在的个体偏好形式，而不是逻辑上想像得出的个体偏好形式。一个对在某一有限制定义域上的 CCR 的条件可能是良好的，而另一个可能对在另一有限制定义域上的 CCR 是可行的。由于它们之间可能的冲突，我们在选择上就应该注意到个体偏好集的可能性。可以认为一个 CCR 在定义域 Δ^1 上满足条件 P 而在 Δ^2 上满足条件 L^*，在此 Δ^1 和 Δ^2 有相同元素但不完全一样。这个前景可能不是很令人兴奋的，但这也是避免令人困惑的一个可能的正规方法。

[1] 自由主义者这个词可以被用在很多意义上，而且不都是一致的。在这里，它代表一个极度关心保证个人自由不让别人干扰的人。

第 6* 章

自由主义悖论

§6*.1 自由主义与帕莱托原则

自由主义的价值观似乎要求存在个人的选择，同时有关的人应该有做他想做的行动的自由。在这种情形下，在其他不变的情况下允许他做他的事，则社会就更好。我们在一个非常弱的形式上来定义自由主义条件。

条件 L（自由主义）：对每一个人 i 至少存在一对不同的方案 (x, y)，使得他对于它们关于社会选择是决定性的，即 $xP_iy \rightarrow xPy$ 和 $yP_ix \rightarrow yPx$。

可以把这一条件减弱，只要求对某些人而不是对所有的人有如此有限的决定性。若我们要求它只是对仅仅一个人，这当然就不是自由主义的情形，因为它与独裁是一致了。因此，我们必须要求它至少是对两个个体的。

条件 L^*（最小自由主义）：至少存在两个个体 k 和 j 及两对方案 (x, y) 和 (z, w)，使得 k 和 j 分别对于 (x, y) 和 (z, w) 不管如何排序都是决定性的。

显然，$L \rightarrow L^*$，但反之不然。

定理 6*.1 不存在满足条件 U，P 和 L^* 的 SDF。

证明 若 (x, y) 和 (z, w) 是同一对，显然条件 L^* 不成立。若

此两对有一个元素相同,设 $x=z$,则考虑 xP_ky,wP_jx 和 $\forall i$: yP_iw。由条件 L^* 有 xPy 和 wPx,再由条件 P 有 yPw。这违反了非循环性,从而不存在最好的方案。

下面设所有四个方案都是不同的。现假设 xP_ky,zP_jw 和 $\forall i$: $(wP_ix \ \& \ yP_iz)$[1]。由条件 L^* 知 $xPy \ \& \ zPw$。由条件 P 得到 $wPx \ \& \ yPz$,但这也违反了非循环性。因此,给定条件 U,没有 SDF 能满足条件 L^* 和 P。

注意,在此没有加上无关方案独立性的条件。我们也没有要求社会偏好具传递性或拟传递性,要求的只是非循环性。此定理是令人不安的,甚至下面给出的弱得多的推论也是令人不安的。

推论 6*.1.1 不存在满足条件 U,P 和 L 的 SDF。

§6*.2 推广

把条件中两个人在任何方向都是决定性的,放宽为他们对两个不同元素的有序对是决定性的,我们可以得到与定理 6*.1 相近的一个困境。

条件 L^{**}:至少存在两个人 k 和 j,以及两个有序方案对 (x, y) 和 (z, w),并且所有这四个方案都彼此不同,使得 $xP_ky \rightarrow xPy$ 和 $zP_jw \rightarrow zPw$。

定理 6*.2 不存在满足条件 U,P 和 L^{**} 的 SDF。

证明与定理 6*.1 证明中的第二段相同,然而要注意 L^* 并不蕴涵 L^{**},L^{**} 也不蕴涵 L^*。因此,这两个定理是相互独立的。

最后,我们给出另一个条件 L^{***}。

[1] 注意,存在与每一个指定的个体偏好关系相容的序。

条件 L^{***}：至少存在两个人 k 和 j，以及两个有序方案对 (x, y) 和 (z, w)，并且 $x \neq z$，$y \neq w$，使得 $xP_k y \rightarrow xPy$ 和 $zP_j w \rightarrow zPw$。

定理 6*.3 不存在满足条件 U、P 和 L^{***} 的 SDF。

证明从略，它与定理 6*.1 的证明方法相同。注意 $L^{**} \rightarrow L^{***}$ 和 $L \rightarrow L^{**} \rightarrow L^{***}$。因此，定理 6*.3 包含了定理 6*.1 和定理 6*.2 以及推论 6*.1.1，而不被它们所包含。然而，对于逻辑上的得益并没有相应的实质性的得益。因此，在讨论自由主义的困境时，我们可集中于定理 6*.1，这就是我们在第 6 章中所做的。

第7章 人际汇集和可比性

§7.1 无关方案的独立性

在第3章,曾指出排序投票法是一个满足条件U, P和D,但不满足条件I的SWF。第6章中,在考虑到自由主义悖论时,给出了反对添加条件I的一些理由。在文献(见罗森伯格(1961)及威尔逊(Wilson,1968))中也有反对条件I的其他理由。然而,应该注意到放宽条件I会带来一系列的可能性,而排序方法只是其中之一。事实上,条件I排除了经典的功利主义方法,若放弃无关方案独立性的条件,也可对该途径进行探索。然而,不仅仅条件I排除了个体效用的汇集,集体选择规则的定义本身也排除了它,因为一个CCR使得社会序成为个体序集合的一个函数。当个体序R_i没有改变,则效用尺度的任何变化必定不会引起由任何CCR得到的社会序R的改变。这自然也适合于CCR的特例,如SWF和SDF。但是,即使重新定义了CCR使得效用尺度成为自变量,条件I的问题还是可能存在的。

条件I如何妨碍功利主义的使用可能不是很明显的。"无关方案独立性"这个名词可能会使人误解。必须区别它的两个不同的方面。第一,当社会的选择涉及x和y时,个体对第三个方案如z,相对于x或y或其他任何方案的排序成为一个有影响的有

关因素，这就违反了条件 I。我们可称此为条件的“无关”方面。第二，若在社会对 x 和 y 的选择中，除了对 x 和 y 的个体序以外的任何因素，例如偏好的程度也起作用的话，这也违反了条件 I。这也许包含或者不包含无关方案在个体序中的位置。我们可称此为条件的“序”方面。而“无关”方面仅是“序”方面的一部分，虽然在给条件命名时似乎只侧重于“无关”方面（见罗森伯格（1961）和森（1966b））。

举一个例来澄清逻辑上的区别。假设每一个体有一个唯一的效用基数尺度，在天堂中出版了一本巨大的书，包含了每个人的这个尺度。假设我们想要用这些基数效用指标对两个不同的社会状态 x 和 y 做出社会选择。由于每一个个体的效用尺度可以在非周末的任何一天在拥有这本珍贵的书的任何公共图书馆中查到，我们就不用考虑任何无关方案来构造一个尺度。假想把个体对 x 和 y 的效用差加起来后，得到一个正的和，由功利主义我们可以说 x 社会优于 y。此时，人们开始对他们的效用尺度感到有所改变。此后我们再假设在天堂中宣布人们的效用尺度改变了，这本书的新的一版出现了。从新版本中发觉每一个人对 x 和 y 之间以及与其他所有方案的偏好次序没有改变，但它们之间的基数差改变了。把所有个体对 x 和 y 的效用差加起来，这次所得之和是负的，因此 y 社会优于 x。这违反了阿罗的无关方案独立性条件。然而，并没有出现任何无关方案。这是对条件的“序”方面的违反，与“无关”方面没有关系。

然而，尽管有分析上的不同，在实际中这可能不会引起什么实质上的区别。个体效用并不由自然的基数单位给出，基数化是从实践观察产生一组数，这组数只要施行一个递增的线性变换则什么也没有变。由于效用尺度必须隐含的或明确的由它上面两点处给定

的效用值来固定，其他的方案也就随之由此定值[1]。为了得到人与人之间的对应，从而得到社会汇集，就必须这么做。这样，任何对偏好强度的运用不仅违反了条件的"序"方面，也违反了它的"无关"方面。

下面的例子可能有助于澄清这一点。设想只有三个有关的方案 x，y 和 z 供我们考虑，设个体 A 即按此顺序对它们排序。实验发现它们的效用数依次为：200，110 和 100。但这一顺序在一个线性变换之下仍然是一样的。因此，不同个体的效用数之间并没有一个自然的对应关系。一个通用的惯例是把最差方案的值取为 0，最优方案的值取为 1。这样，从原来那组数字经一个线性变换得到 x 为 1，y 为 0.1 和 z 为 0。由类似的标准化方法，另外两人的效用数完全相同，y 为 1，x 为 0.6 和 z 为 0。如果社会只包括这三个个体，因为 x 的总效用为 2.2，y 的为 2.1，则 x 社会优于 y。现在，假设个体 B 和 C 改变了他们对在 x 和 y 选择中的一个无关方案 z 的看法，他们认为 z 和 x 一样好。虽然，每个人对 x 和 y 的看法不变，对个体 B 和 C 来说，x 和 y 的效用数却改变了。对于他们，x 的值变成了 0，而 y 的值还是 1。这样，y 的总效用为 2.1，x 的为 1，从而 y 社会优于 x。一个无关方案 z 的位置的变化引起了 x 和 y 之间的社会序的颠倒[2]。

注意，这个结果与所用的特定的标准化方法无关。若我们把最差的方案取为 0，把所有社会状态[3]的总效用取为 1，同样的问题也可能会出现。在上面所举的数字例子中，同样会出现这个问题。

〔1〕 即使效用数唯一至一个成比例的变换，情况也是如此的，因为"单位"仍然可以是任意的。

〔2〕 这里所讨论的例子，是 Arrow(1963)，p. 32 所讨论的一个微小的变更。

〔3〕 所考虑的社会状态数量，对所有的个体必须是相同的。

在初始的情况下用这个赋予数字的方法，个体 A 从 x 得到(10/11)效用单位，从 y 得到(1/11)，从 z 得到 0。而个体 B 和 C 从 y 得到(5/8)，从 x 得到(3/8)和从 z 得到 0。这里，x 的总效用大于 y 的。如果 z 对个体 B 和 C 变为与 x 无差异，个体 B 和 C 对(x, y, z)的效用数分别为(0, 1, 0)。这样，y 的总效用大于 x 的。由于一个无关方案的次序的变化，x 和 y 之间的社会选择被颠倒了。这个问题实际上是十分一般性的，它的出现完全是因为效用尺度的“单位”是任意的[1]。

§ 7.2 可比性，基数性和辨别力

个体效用单位的任意性问题，主要是人与人之间可比性问题的一个反映。如果不同人的效用尺度是分开计算的，就如在用冯·诺伊曼-摩根斯顿(von Neumann-Morgenstern)方法实验时，对人与人之间的对应性没有作任何的定义。可以说把一个个体的单位加倍，而其他人的单位不变，这立刻会改变人与人之间的权衡。

在前一节中有关天堂的那本书的想像的例子中，因为每个人的效用尺度是有一一对应关系的，就避免了这个问题。以人们的表示为依据的效用的行为尺度包括了一个人与人之间可比性的因素。看到高兴的 A 先生和忧郁的 B 先生，我们可以说 A 先生比 B 先生幸福，也可以做边界比较。利特尔(Little，1950)[2]非常漂亮地给出了对客观人与人之间可比性的一个处理方法。

---

[1] 仅准一至一个线性变换，它们也有任意的“初始点”。但这对功利主义并不关键，因为功利主义只示出 x 和 y 之间的效用差。

[2] Little 指出，尽管在这个方法中人与人之间的比较可能是完全客观的，对社会极大化总效用这个目的却是基于一个可能不是很容易被接受的价值判断。

在第 7* 章中将给出一种允许任何程度，从无限到没有人与人之间变化性的方法。同时，我们必须清楚地区别：(a)得到个体福利的一个基数尺度；(b)得到人与人之间比较的某种规则。在这两个问题上重新考虑主要的理论。

一个把个体效用基数化的尝试是基于假设个体并不能作出非常细致的比较，每个人只有有限个“辨别级别”。一个辨别级别和下一个的差异是个体所能觉察到的最小效用差。个体对所有属于同一辨别级别的方案都是“无差异”的。从检验两个方案之间的辨别级别的数目，可以得到它们之间的效用差的基数尺度。由此得到的基数尺度当然只能在不计一正线性变换之下是唯一的。选择了初始点和单位，我们就能得到一个唯一的基数效用函数。基于最初由博尔达(Borda, 1781)和埃奇沃思(Edgeworth, 1881)提到的这一处理方法，阿姆斯特朗(Armstrong, 1951)，古德曼和马科维茨(Goodman and Markowitz, 1952)，以及罗森伯格(1961)等人，研究了基数化问题。

有关人与人之间的可比性，古德曼和马科维茨作出了规范的假设，即设从一个辨别级别移动到下一个辨别级别在伦理上的影响对每一个个体是相同的，而且与此改变开始的辨别级别无关。有了这个假设，计算就非常容易。如果要比较方案 x 和 y，先检验在每一个个体的尺度上 x 先于(或后于) y 多少辨别级别；然后注意到有关正负号把级别的差相加。

这个方法的困难是显然的。这里不必强调这个方法在现实生活中应用的实际困难(显然存在)，它还有分析上的困难。第一，如古德曼和马科维茨所指出的，给定一组固定的方案，不可能观察到一个个体的所有辨别级别，因此此数字系统取决于方案的实际可得到性。假设有了一个新的商品，这就增大了个体可用方案的集合，从而就完全有可能出现介于原先辨别级别之

间的新的辨别级别。这会改变个体所用的效用数字系统。所以，对两个方案 x 和 y 之间的社会评估就不会与其他可供选择的方案无关。

第二个困难在于，从一个辨别级别转变到下一个辨别级别之间的社会福利变化的重要性对所有个体是相同的这一伦理假设。这不仅是一个任意的假设，当考虑到人们感觉上敏感度的不同，它也是非常值得反对的。某人可能只有数量很少的辨别级别，但对于级别之间的差异有强烈的感觉；而另外一个人可能有很多的辨别级别，但认为不值得为相邻级别之间的差异多担心。在此情形下，古德曼和马科维茨系统就变得非常不公平[1]。事实上，有些人倾向于极端，把事情看得“极好”或“极坏”，而有些人对“很好”、“好”、“中”、“坏”和“很坏”作出细致的区别。把第一个人从他认为“极坏”到“极好”的社会福利变化等同于第二个人从他认为“坏”到“中”的变化这一伦理假设显然是不公平的。对这一机制的反对不仅仅在于它违反了条件 I（它当然是违反的），而且它意味着一个显得是随意的而且是值得反对的伦理假设。

§7.3 冯·诺伊曼-摩根斯顿基数化的运用

在一个无风险的市场上，一个理智个体的行为一般可以完全由有序效用来解释[2]。如果对于一个个体，我们想从他在完全确定情况下的行为得到他的效用尺度，同时不作非常特定的关于商品组

[1] 事实上，Arrow(1963)证明了(pp. 117—118)在 Goodman Markowitz 系统中，两个人敏感度的微小差异会使得完全不平等（较不敏感的个体没有任何收入，同时较敏感的个体得到所有的收入）成为一个收入分配问题的社会“最优”结果。

[2] 实际上，甚至假设存在一个有序效用，也是要求过高的。在一个字典序中，没有一个合适的效用尺度（哪怕是序数的），但方案也可能被完全排序。见第 3 章。

的(更一般地说行为集合)[1]"独立性"假设,效用数仅在不计一单调变换之下是唯一的。然而,当我们考虑有风险情况下的理智行为时,情况就大不相同了。如冯·诺伊曼和摩根斯顿(1947)所指明的,假如一个人的行为满足一组可明确定义的条件,我们可以对应一个方案集合找到他的一个效用数集合,使得他的行为是企图为了使这些效用数的数学期望最大[2]。可以证明,这些数在不计一正的线性变换之下是唯一的。

对此,冯·诺伊曼和摩根斯顿(1947)给出一组充分性的假设。马尔沙克(Marschak, 1950)及其他人也给出了其他的条件组。它们大体上都差不多,而马尔沙克的假设比较容易领会。

马尔沙克的系统包括四个假设:(a)完全序假设,即在所有预期的事件上偏好关系建立了一个弱序;(b)连续性假设,即若事件 x 优于 y,同时 y 优于 z,则存在一个 x 和 z 的概率组合(两者之间的一个"博彩"),使此个体对此组合和确定的 y 无差异;(c)有足够的非无差异事件个数的假设,即至少有四个相互非无差异的事件;以及(d)等价事件混合的等价性假设,即如果事件 x 和 x^* 是无差异的,则对任何事件 y, x 和 y 的一个给定概率组合必须与 x^* 和 y 的一个相同组合无差异[3]。

这里,我们不可能对这一方法作详细的评价。但我们要指出,在使用这一方法时会出现的几个比较简单的问题。第一,显然这些

[1] 见 Samuelson(1947), Leontief(1947), (1947a), Debreu(1960), Koopmans(1966), Gorman(1968)。

[2] 效用的数学期望与 Bernoulli(1730)的"道德期望"是相同的。每一方案的效用由它的概率来加权。也见 Ramsey(1931)。

[3] Marschak 讨论了条件(c)的二个不同的版本。我们选择最容易理解的版本。Samuelson(1952)对类似(d)为"强独立性假设"。在对策论的文献中,通常称之为"确保性原则"。

假设意味着如下的"单调性"性质："若一个方案比另一个好，则以损害后者为代价增加前者的概率。若机会是无限的，则选择具 100% 概率的历史上最好的事件"[1]。但是，如马尔沙克所指出，一个"喜欢冒险"(或赌博)的登山者会选择生存概率为 95%，而不是 80%，但也不是 100%。对于他，单调性不成立。

第二，对有关连续性假设的意见。一个认为赌博或投机是"不道德"的人，会选择一个不投机(x)而贫穷的一生而不是很有希望可能赢得财富的一个投机(y)，更不是投机但没有赢得的希望(z)。但是，可能没有 x 和 z 的任何组合会使他认为与 y 无差异。因为一旦他对 x 作出投机，即对"不投机而贫穷的一生"下注，不管怎样他已经属于不道德的份额了。所以，他很可能明智地选择极可能赢得大量财富的投机(y)，而不是 x 和 z 的任何组合。对他来说，x 优于 y 是因为它的纯道德性，对 x 和 z 的投机会摧毁它的道德性，这违反了假设(b)。

假设(d)也是有疑问的。正如冯·诺伊曼和摩根斯顿正确地指出，它当然不排除人们享受"投机"的乐趣或者憎恨"投机"[2]。但一个人可能从他参与博彩的数目而不仅仅是总的概率上得到刺激。很可能一个赌徒会选择在轮盘上赌几次，而不是赌一次其概率与他整个晚上几次赌相同的赌博。

然而，确切的是这些假设并不排除人们对赌博本身所具有的简单态度，即喜欢或不喜欢，只要它仅与整体的(简单或复合的)概率分布有关。效用数包括了对风险的态度。事实上，这是对在社会选

[1] Marschak(1950), p. 138。(结果由 Marschak 的定理 6 得到)。这里，"历史"一词有一个比较特别的意义，它意味着在"直到称为界限的一特定时间点的未来时间上延"上的前景。Marschak 把它定义为"未来历史"(p. 113)。

[2] 有关代价的条件，见 von Neumann 和 Morgenstern(1947), p. 28。也见 Marschak(1950), p. 139。

择上运用效用引起异议的一个原因。阿罗曾经指出，冯·诺伊曼-摩根斯顿效用指标可能不是用于社会选择的恰当尺度，即"若我们主要是想从没有随机因素的不同政策中作出社会选择。不然的话，就等于宣称社会收入的分配是由个体对赌博的爱好来决定的"[1]。

尽管有点学究气，这个异议是很有力的，它涉及到对确定方案作出选择的任何基数尺度的任意性这个一般问题。其他基数化方法也有此任意性，像假设行为集合的独立性的方法[2]。例如，一个人在给定的天堂和反之的假设状态之下对人间社会状态作选择时，可能满足独立性，这可能有助于对他的关于人间效用的基数化。这个基数化与此时此地社会选择应否有关？这并不显然。进一步，这里的独立性假设比冯·诺伊曼-摩根斯顿基数化所要求的要强（即前面讨论的马尔沙克假设(d)），因为后者不同于前者，它不否认在一般意义下的互补性[3]。

这有点令人沮丧，但也并非完全如此。第一，仅仅在对一个确定方案的集合（或它的一个有关子集）作选择时，在个体行为与其他尺度方法是相容的意义上，任何特定的基数尺度是"任意的"。但在一个伦理的推理上，不顾这个"任意性"，人们可能也想根据其他附加理由来选择某些特定的尺度。第二，如哈桑依（1953，1955）表明，我们在考虑社会状态的个体偏好时可能想特意加入一个不确定的假设因素，如在第5章中所注意到的。人们的"伦理判断"可以被定义为：若他们有同样机会处于他人的地位时也会同意的判断。这种解释使得个体偏好是在有风险的方案上的选择，这样人们对"赌

〔1〕 Arrow(1951)，p. 10。

〔2〕 见 Samuelson(1947)，Leontief(1947，1947a)，Debreu(1960)，Koopmans(1966)和 Gorman(1968)。也见 Luce 和 Tukey(1964)，以及 Luce(1966)。

〔3〕 见 Samuelson(1952)，Manne(1952)，Malinvaud(1952)等人在同一期 *Econometrica*，20，1952。

博的态度"很可能是社会选择中的一个恰当因素。因此，存在集体选择的框架，其间冯·诺伊曼-摩根斯顿基数化是恰当的。

第二，即使发现不止一种基数化方法是相关的，也不是全无指望的。哪怕不一定对所有的社会方案可行，依然可以用汇集的方法得到排列某些社会状态相对于其他社会状态的拟序(见第7*章，特别是第7*.4节)。我们可以使用各尺度所得到的排序的相同部分，由此避免争议。我们将在第7.5和7*.4节中讨论这个问题。

基数可测性只是运用功利主义的一部分问题[1]；另外一个是人与人之间的汇集。因为尺度完全是人为的，这个困难在冯·诺伊曼-摩根斯顿系统和在其他系统中同样严重。任何人与人之间的标准化方法都会受到批评。可以宣称某些系统，例如在每个人的尺度中把最坏方案定值为0最好方案定值为1，是人际"公平的"，但这种说法是值得怀疑的。首先，存在其他的具有类似对称性的系统，如我们前面所提到的把最坏的方案定值为0和所有方案的效用之和定值为1这样一个系统。没有一个系统比另一个明显地不公平(一个是假设所有人的最大效用相等，另一个假设所有人的平均效用相等)，但它们会给出社会选择的不同基点[2]。其次，在比较不同人的效用尺度时，可能希望有意地引进人与人之间在完成工作能力上的差别。例如，可能希望给予残疾人特殊的考虑，因为认为他们的

[1] "功利主义"在此是非常广泛地被作为个体总福利极大化方法的一个词句。事实上，"功利主义"对应于个体福利等同于定义为一个人心理上满足感的个体"效用"的这一特别情况。目前，在经济学和其他社会科学中习惯于把效用定义为个体福利的任何一个度量，不一定是 Bentham 意义上的"快感"度量。尽管有怀疑之处，我们也如此运用。参照 Little(1950)。

[2] 在一个重要的贡献中，Hildreth(1953)考虑了两个特定的社会状态 x 和 y，使得每个人认为 x 优于 y，在每个人的效用尺度上给他们分别指定两个固定的实值 a 和 b(p. 87)。给定假设，这也是一个人际标准化的方法。

享有程度普遍都比较低[1]。

虽然问题是严重的，而这种情况也不是完全没有指望的。一种面对这个问题的方法是使用几种不同的人与人之间的标准化方法，选出那些不因标准化方法不同而不同的两两之间的排序。我们将在下一节中讨论“部分可比性”这个方法，并且在第7*章将对它进行正规的讨论。

§7.4 部分可比性

设想我们讨论罗马在遭受大火而尼禄在歌舞升平中，它对罗马人的总福利产生的后果。我们意识到尼禄非常快乐而其他罗马人在蒙受灾害。但假设我们仍然说后果是总的福利减少了，我们假设了什么样的人与人之间的可比性呢？如果没有任何可比性，我们可以不同程度地改变不同个体的效用单位，把尼禄的效用尺度乘上一个足够大的数字，使得尼禄的得益大于其他人的损失。因此，我们并没有假设不可比性。但是，我们是否假设每一个罗马人的福利单位可以与其他每一个罗马人的福利单位作一一对应关系？这是不必要的。我们可能不知道采用什么样确切的具体对应关系，可能承认有某种可能的变化性，但是仍然可以宣称不管采用哪一种可能的组合，在任何情形下总和是减低了。这是一个介于单位的不可比性和全部可比性之间的中间情形。

举另外一个例子。假如我们谴责货币收入分配的不平等性，并称这相当于较低的个体总福利。此时我们是否假设每一个人的福利单位有一一对应关系？这不一定。我们可能不能确定不同个体

[1] 这在效用框架中不很容易得到，但在其他方法中非常重要。例如，在Rawls的公正性论中(第9章)。

的精确福利函数及各自福利单位之间的精确对应关系，但还可以合理地宣称，在任何允许变化范围内的可能情况下，总和要比在比较平均分配的情况下所出现的要小。罗宾斯(1932)及其他人对人与人之间可比性的攻击，不区分单位的有些可比性和全体可比性，结果是在福利经济学的正规文献中实际上排除了分配的问题。(例外的是勒纳(1944)，多布(1955)，(1969)，费希尔(1956)，米尚(Mishan，1960)等)。

我们想要做的是，引进不同个体相对福利单位的某些有限的变化性，要处理的不是一对一的对应关系而是多对多的对应关系。第7*章中将给出一个一般的框架，这里我们先举一简单例子来阐述此方法。

考虑以下情形：有三个个体 A，B，C 和三个方案 x，y，z。作为仲裁者，我们想要算出哪一个方案从总福利方面来说是社会最想要的。首先，得到三个个体的基数福利函数，当然每一个仅在一个递增线性变换之下是唯一的。我们考虑了三个个体之间的福利单位的相应关系，但不能作出完全的决定。尽管不能确定这是完全正确的，我们可能倾向于比如说用熟悉的标准化程序，对每一个个体将最坏方案定为0，最好方案定为1。假设由此得到表7.1。

表 7.1 临时福利指标

个体	方案 x	方案 y	方案 z
A	1	0.90	0
B	1	0.88	0
C	0	0.95	1

依据福利和从大到小的临时序为 y，x，z。还有其他准则可运用吗？注意到在此没有任何方案帕莱托优于其他方案。由多数决

定方法，得到一个一致的社会序：x 社会优于 y 和 y 社会优于 z，但这要引起一些疑问。看来 C 认为 y 优于 x 的程度非常大，而 A 或 B 认为 x 优于 y 的程度比较小，但是这种程度"大"或"小"的比较依赖于我们对人与人之间比较的假设。例如，如果把 A 的福利级别放大 10 倍，对 A 选择相应较小的单位，则 A 由 x，y 和 z 得到的福利依次为 10，9 和 0。这样，A 对 x 优于 y 的偏好(为 1)看上去要比 C 对 y 优于 x 的偏好(为 0.95)要更大。

对 A 的 10 倍的增加是合理的吗？我们的价值判断可能是不精确的，同时也愿意接受一些可变性，但是仍旧会觉得 10 倍的增加这样一个变化是太大了。我们可能把任何一个人的福利单位，增加或减少限制为比如说上下两倍。如果对受此限制的每一个可能的组合，一个方案的福利和至少与另外的一个一样大，前者可以说与后者有至少一样大的总福利。我们以从第一次估计中得到的福利差来验证这一点(表 7.2)。

表 7.2　临时福利差

个体	两者之间		
	x 与 y	y 与 z	z 与 x
A	0.10	0.90	−1.00
B	0.12	0.88	−1.00
C	−0.95	−0.05	1.00

我们首先比较 x 和 y。在第一个估计中三个个体在 x 和 y 之间的福利差之和是−0.73，由此看来 y 是较好的。然而，我们可以改变这些福利差的尺度。对 x 相对于 y 最有利的组合是将 A 和 B 的尺度加倍，同时将 C 的尺度减半。这样，得到了差−0.035，由此 y 的福利和仍旧大于 x 的。根据所规定变化程度的汇集准则，因此可以断言 y 优于 x。

现在比较 y 和 z。对 z 最有利的组合是将 A 和 B 的福利尺度减半同时把 C 的加倍，然而 y 的福利和还是比 z 的大 0.79，所以 y 优于 z。

不过对 z 和 x 的比较是不确定的。按照它们在表 7.1 和表 7.2 中的值，x 的福利和较大。但是，如果把 A 和 B 的福利尺度减半同时把 C 的加倍，则得到一个有利于 z 而不是 x 的差。因此，在这一对方案上的汇集关系是不完全的，因为 y 明显优于 x 和 z 两者，所以不会影响在 x、y 和 z 之间的选择。这时，存在一个唯一的最好元素。

这是一个非常简单的例子，第 7' 章将对一般的框架作出研究。这里考虑的这个例子是在那一章中称为"强对称性"的一个特别情形。"强对称性"是"弱对称性"的一个特别情形，同时"弱对称性"又是"正规性"的一个特别情形。这里不准备对第 7' 章的结果作出概括，但要指出：(a)在任何可比性（不论部分与否）的假设下，汇集关系 R^a 总是自反的和传递的；(b)R^a 总是包括了帕莱托拟序，并且在不可比性的情形下与它相同；(c)在"正规性"情形下，若部分可比性的程度更严格，则汇集关系得到单调地扩展；(d)在"弱对称性"情形下，可以得到一个介于 0 和 1 之间的测量部分可比性的程度 d，使得 $d=0$ 意味着不可比性，$d=1$ 意味着单位的完全可比性，以及 $d^1>d^2$ 意味着在后一尺度下的汇集拟序是在前者之下的一个子关系。于是，在一些相对来说适度的假设下，我们能够找到一系列性质很好的拟序，从不可比性的帕莱托拟序到单位的全部可比性（"单位可比性"）的一个完全序，每一个是后面一个的子关系。当然，对可比性程度小于 1 的，也可能得到一个完全的序。对部分可比性程度更低的也有可能得到一个"最好"的元素。顺便说一句，在所提到的例子中，有 $d=0.0625$，在如此低程度的可比性情况下，也出现了一个最好方案。在那个例子中可比性程度为 0.25 或更大时，可以

得到一个完全的序。全部的可比性不仅仅是一个值得怀疑的假设，也是相当不必要的。

§7.5 序数型福利的求和

正如有关人与人之间比较时存在价值的模糊性，在测量个体效用时也可能有模糊性。如前面指出，可能有不止一种基数化系统，从伦理上讲可能很难建立一个系统比其他系统更优越。如果接纳所有这些系统，则每一个个体会有一个效用函数的集合，但与基数化情形不同，它们并不是相互的线性变换。当然，它们都是相互的正单调变换。但是，不像严格序数性的情形，每一个单调变换不一定都被包括在内。我们将此情形称为“序数型”福利。其中的一个极端情形是严格序数性，在此情形下集合包括了所有正单调变换。另一极端情形是严格基数性，这里仅仅包括了正线性变换。

在序数型效用和部分可比性情形时，可以用以下规则来得到一个汇集的拟序：在个体效用的每一尺度下（由可测性假设给定）及在每一人与人之间对应下（由可比性假设给定），若 x 的福利和至少与 y 的一样大，此时也仅在此时 x 与 y 至少一样好。不管所选定的尺度和可比性是什么，如此所定义的一个汇集关系是一个拟序（即有传递性和自反性），并且至少包括了帕莱托拟序。可测性和可比性的假设越严格，拟序就越广泛。当然，在没有严格基数性和没有全部可比性时，也可能得到一个完全的序。

在第 7*.4 节中将给出正规的分析。这里重要的是要注意到，基数性和人与人之间个体福利单位的全部可比性是总福利极大化的理性选择的充分但不是必要的条件。因此，并不像经常会被认为的，抛弃这些假设不会使这个方法完全无效。总福利极大化作为集

体选择分析的方法。经典的功利主义是它的一个特例，其很大的吸引力在于，它基于一个比完全的可比性和基数性所允许的更广泛的框架的隐含的运用。如此的一个一般的框架，将在第7*章中定义和分析。它缺乏经典功利主义（它的一个非常特别的情形）的肯定的有效性，但也避免了功利主义的自傲性和无约束的任意性。

第 7* 章

汇集拟序[1]

§7*.1 可比性和汇集

设 X 为可供选择的社会状态 x 的集合。每个个体 i 有一个定义在 X 上的实值福利函数 W_i 的集合 L_i。若个体福利是"序数可测的"，则 L_i 的每一元素是其他每一元素的一个正单调变换，而且 L_i 的任何元素的正单调变换属于 L_i。另一方面，若个体福利是"基数可测的"，则 L_i 的每一元素是其他每一元素的一个正线性变换，而且 L_i 的任何元素的正线性变换属于 L_i[2]。在此节和以后两节中，假设个体福利具有基数可测性。在第 7*.4 节，将研究非基数效用的汇集。

为得到个体福利水平的和，我们必须从每一 L_i 中选出一个元素。我们称任意一个如此组成的个体福利函数的 n 元为一个泛函组合。

定义 7*.1 一个泛函组合 W，是记作 L 的笛卡儿积 $\prod_{i=1}^{n} L_i$ 的任意一个元素。

[1] 本章与 Sen(1970a)密切相关。

[2] 一个正线性变换意味着如下类型的映射：$U^1 = a + bU^2$，其中 a 和 b 是常数，$b>0$。严格地说，这是"仿射变换"而不是线性变换，代数学家把 $U^1 = bU^2$ 类型的齐次变换称为线性变换。

为了对 X 中供选的社会状态的总福利作比较，我们定义 L 的一个子集 $\overline{L}$，并将 X 中任意一对 (x, y) 之间的个体福利差对 $\overline{L}$ 中每一元素求和。$\overline{L}$ 的内涵反映了我们对人与人之间可比性的假设。把 x 的总福利与 y 的至少一样多记为 $xR^a y$。

定义 7*.2 一个比较集 $\overline{L}$ 是 L 的任一给定的子集，使得我们称对任何一对 (x, y)，x 的总福利至少与 y 的一样多当且仅当 x 与 y 之间的个体福利差在 $\overline{L}$ 的每一元素 W 上的和是非负的，即

$$\forall x, y \in X: [xR^a y \leftrightarrow \forall W \in \overline{L}: \sum_i \{W_i(x) - W_i(y)\} \geqslant 0]。$$

定义 $xP^a y$ 为 $xR^a y$ 和 $\sim(yR^a x)$，以及 $xI^a y$ 为 $xR^a y$ 和 $yR^a x$。

需要特别提及某些特定的人与人之间可比性的情形，会有利于阐述人际间可比性和比较集之间的关系（我们把任何 W 中的第 i 个元素记为 W_i；它是第 i 个人的福利水平）。

定义 7*.3 (1) 不可比性成立当且仅当 $L = \overline{L}$。

(2) 全部可比性成立当且仅当 $\overline{W}$ 是 $\overline{L}$ 的任一元素意味着 $\overline{L}$ 包含且仅包含所有泛函组合 W，使得对所有的 i 有

$$W_i = a + b\overline{W}_i,$$

其中 a 和 $b>0$ 是不随 i 而变化的常数。

(3) 单位可比性成立当且仅当 $\overline{W}$ 是 $\overline{L}$ 的任一元素意味着 $\overline{L}$ 包含且仅包含了所有泛函组合 W，使得对所有的 i 有

$$W_i = a_i + b\overline{W}_i,$$

其中 a_i 可随 i 变化，但 $b>0$ 不随 i 而变化。

在不可比性的情形下，得到比较集 $\overline{L}$ 对泛函组合的集合 L 没有任何限制。在全部可比性情形下，不同个体的福利函数之间有一个特定的一一对应关系。在单位可比性情形下，若给定

一个个体的福利函数，它也就为其他每一个个体确定了一族单变量的福利函数，族中的每一成员和任何其他成员相差一常数（正的或负的）。注意，在单位可比性的情形中，个体福利的绝对水平是不可比较的（例如，说某 A 的情形比某 B 的情形好是无意义的），但是福利的差是可比较的（例如，说某 A 在选择社会状态 x 而不是 y 中所得到的利益比 B 的多是有意义的）。在这情形，福利单位是可比较的（存在福利单位之间的一一对应关系），而初始点是任意的。

有关汇集的二元关系 R^a 有以下重要结果。R 和 P 是如定义 2*.2 中定义的帕莱托偏好关系。

定理 7*.1 关于基数可测的个体福利，

(1) 对任何 $\bar{L}$，即对人与人之间可比性的每一可能的假设，R^a 是一个拟序。

(2) 对任何 $\bar{L}$，即对人与人之间可比性的每一可能的假设，$\bar{R}$ 是 R^a 的一个子关系，即 $\forall x, y \in X$：$[x\bar{R}y \rightarrow xR^ay]$ 和 $[x\bar{P}y \rightarrow xP^ay]$。

(3) 在不可比时，$R^a = \bar{R}$。

(4) 在单位可比或全部可比时，R^a 是一个完全序。

证明 (1) 从每一 W_i 是对 L 的每一元素 R_i 的一个保序变换，可直接得到 R^a 的自反性。R^a 的传递性也直接可以得到：

$$[xR^ay \;\&\; yR^az] \rightarrow \sum_i [W_i(x) - W_i(y)] \geqslant 0 \text{ 和 }$$

$$\sum_i [W_i(y) - W_i(z)] \geqslant 0, \text{对所有的 } W \in \bar{L}$$

$$\rightarrow \sum_i [W_i(x) - W_i(z)] \geqslant 0, \text{对所有的 } W \in \bar{L}$$

$$\rightarrow xR^az。$$

(2) 因为 $\overline{L} \subset L$，对任意的 $x, y \in X$：

$x\overline{R}y \rightarrow \forall i:[W_i(x) - W_i(y)] \geqslant 0$，对每一 $W \in L$

$\rightarrow xR^a y$。

进一步，因为 $\overline{L} \subset L$，有

$x\overline{P}y \rightarrow [\exists i: xP_i y \ \& \ \forall i: xR_i y]$

$\rightarrow \exists i:[W_i(x) - W_i(y)] > 0$ 和

$\forall i:[W_i(x) - W_i(y)] \geqslant 0$，对每一 $W \in L$

$\rightarrow xP^a y$。

(3) 由(2)，只需证明 $xR^a y \rightarrow x\overline{R}y$。对 X 中任意的 x，y，对每一 $W \in L$，$\sim(x\overline{R}y) \rightarrow \exists j: yP_j x \rightarrow \exists j:[W_j(y) - W_j(x)] > 0$。对每一 W，定义 $\alpha_1(W) = W_j(y) - W_j(x)$ 和 $\alpha_2(W) = \sum_{i: i \neq j}[W_i(x) - W_i(y)]$。任取 $W^* \in L$，若 $\alpha_1(W^*) > \alpha_2(W^*)$，则显然有 $\sim(xR^a y)$。若假设 $\alpha_1(W^*) \leqslant \alpha_2(W^*)$，考虑 $W^{**} \in L$ 使得对所有的 $i \neq j$ 和 $W_j^{**} = nW_j^*$ 有 $W_i^{**} = W_i^*$，这里 n 是比 $\alpha_2(W^*)/\alpha_1(W^*)$ 大的任意实数。显然，有 $\alpha_1(W^{**}) > \alpha_2(W^{**})$ 和 $W^{**} \in L$。因为 $\overline{L} = L$，由不可比性，有 $\sim(xR^a y)$，证明完成。

(4) 由(1)，只需证明 R^a 的完全性。首先，设有单位可比性。取任意的 $W^* \in \overline{L}$ 和任意的 $x, y \in X$，显然 $\sum_i[W_i^*(x) - W_i^*(y)] \geqslant 0$ 或 $\leqslant 0$。因为对每一 $W \in \overline{L}$ 和每一 i，有 $b > 0$ 使 $W_i = a_i + bW_i^*$，我们必有 $\sum_i[W_i^*(x) - W_i^*(y)]$ 或者对每一 $W \in \overline{L}$ 为非负或者对每一 $W \in \overline{L}$ 为非正，所以 R^a 必定是完全的。因为全部可比性意味着对 $\overline{L}$ 有更多的限制，显然在此情形中 R^a 也一定是完全的。

§7*.2 部分可比性

把在单位可比性和不可比性之间的所有人与人之间的可比性称为部分可比性。记$\overline{L}(0)$和$\overline{L}(1)$分别为不可比性和单位比性的$\overline{L}$。

定义 7*.4 若$\overline{L}$是$\overline{L}(0)$的子集和$\overline{L}(1)$的超集，则部分可比性成立。我们把具部分可比性的$\overline{L}$记作$\overline{L}(p)$。

从定理 7*.1 知道，在每一个部分可比性的情形下汇集关系R^a都是一个拟序。因为在考虑汇集时，我们真正感兴趣的是福利单位，而不是各自的初始点，所以为了方便我们给出相对任何比较集$\overline{L}(p)$的个体福利尺度的系数向量$\boldsymbol{b}$的集合。为了能使之标准化，显然$\boldsymbol{b}$的集合必须相对其特定的$W^* \in L$来定义，我们称它为参考元素。由于对W^*的选择是任意的，我们所要研究的$\boldsymbol{b}$的集合的性质应该与所选择的特定的W^*无关，记$\boldsymbol{b}$的第i个元素为b_i。

定义 7*.5 称使得某$W \in \overline{L}(p)$对某向量$\boldsymbol{a}$可以表示为$(W_1, \cdots, W_n)$的所有向量$\boldsymbol{b}$的集合为L相对于W^*的系数集，记作$B(W^*, \overline{L})$，其中$W_i = a_i + b_i W_i^*$。在不会引起误会的情况下，把$B(W^*, \overline{L})$记作B。

给出B的一个表示形式是有用的。考虑n维欧几里得空间E^n，n是个体的人数。对于单位可比性的情形，B是起点在O的开半射线，但不包括O[1]。若已知系数集B的某个元素b，其他的可以简单地用$t>0$的数量积来得到。始于起点O的半射线的具体给定取决于所选的元素W^*；重要的是在这情形下B简单地就是始于

[1] 必须排除O，因为仅允许正线性变换。

起点的一条半射线。顺便地说，若 W^* 从 $\overline{L}$ 中选定，则对所有的 i，j，我们对所有的 $\boldsymbol{b}$ 必有 $b_i = b_j$。

另一方面，对于不可比性情形，B 等于 E^n 的正卦限，即除了边界的整个非负卦限[1]，任何严格正的向量都可以被选作 $\boldsymbol{b}$。

给定社会状态集 X 和在 X 上定义的个体效用函数集，B 的大小和在各种情形下得到的汇集拟序之间的关系又是如何的呢？首先，给出有关分别相应于 B^1 和 B^2 的两个汇集拟序 R^1 和 R^2 的初步结果。

引理 7*. a 若 $B^2 \subset B^1$，则对所有的 $x, y \in X$：$xR^1y \rightarrow xR^2y$。

证明是显然的。注意并不能由此得到 $xP^1y \rightarrow xP^2y$，故当 $B^2 \subset B^1$ 时，R^1 不一定是 R^2 的一个子关系。举一例足以说明这一点。在一个两个人的世界里，取 $W^* \in L$ 为参考元素。比较对 $\overline{L}$ 中的每一个 W 要求 $b_1 = b_2$ 的单位(或全部)可比性情形，以及一个可从在闭区间[1, 2]中选择 b_1/b_2 的严格部分可比性情形。进一步假设

$$[W_1^*(x) - W_1^*(y)] = [W_2^*(y) - W_2^*(x)] > 0。$$

显然，在前一种情形下 xI^2y，在后一种情形下 xP^1y，因此虽然 $B^2 \subset B^1$，但 R^1 不是 R^2 的一个子关系。

我们如此广泛地定义了部分可比性，使得任何从一条半射线到整个正卦限的 B 都属于这一类。然而，有理由预期，在部分可比性情形下，B 会满足某些特定的正规性条件。第一，系数应是标度无关的。若 $\boldsymbol{b} \in B$，则对所有的 $\lambda > 0$ 有 $(\lambda \boldsymbol{b}) \in B$，即 B 应该包括除了 O 本身之外的半射线 $\overline{O, \boldsymbol{b}}$ 上的所有点。例如，若(1, 2, 3)是一个可能的 b，则(2, 4, 6)也应该是，因为对表示的标度没有实质性的

---

[1] 排除边界是因为仅仅正数性要求是允许的。

依赖。这意味着是 B 一个顶点在 O 但不包括 O 本身的一个锥，它是顶点在 O 的锥和点 O 的余集。

第二，似乎有理由假设 B 的凸性。譬如，给定个体 A 的系数为 1，若我们愿意把系数 1 和 2 用于个体 B 的福利单位，则也应该可以用 1.5。更广泛地说，若 $\boldsymbol{b}^1$ 和 $\boldsymbol{b}^2$ 是 B 的两个元素，则对任何 t：$0 < t < 1$，$t\boldsymbol{b}^1 + (1-t)\boldsymbol{b}^2$ 也是 B 的元素。因为除了 O 以外 B 是一个锥，这和锥的凸性等价。

公理 7*.1 标度无关性和凸性：若 $\boldsymbol{b}^1$，$\boldsymbol{b}^2 \in B$，则对所有的 t^1，$t^2 \geqslant 0$，除了 $t^1 = t^2 = 0$ 外可以断定 $(t^1\boldsymbol{b}^1 + t^2\boldsymbol{b}^2) \in B$。

这个公理基本上没有什么特别。在下面一节中，我们将引进一系列越来越强的条件。

§7*.3 正规性和对称性

现在我们引进一个正规性公理。

公理 7*.2 正规性：对个体集合的每一个分为两个子集（V^1 和 V^2）的可能分割，若 B^2 是 B^1 的一个真子集，则

$$\exists(\boldsymbol{b}^1 \in B^1 \;\&\; \boldsymbol{b}^2 \in B^2)$$
$$:[\{\forall i \in V^1 : b_i^2 < b_i^1\} \& \{\forall i \in V^2 : b_i^2 > b_i^1\}]。$$

定理 7*.2 对于基数性的个体福利，给定公理 7*.2，$B^2 \subset B^1$ 意味着 R^1 是 R^2 的一个子关系。

证明 若 $B^1 = B^2$，则显然有 $R^1 = R^2$，因此只要考虑 B^2 是 B^1 的真子集的情形。由引理 7*.a，只需证明对所有的 x，$y \in X$ 有 $xP^1y \rightarrow xP^2y$。假设反之，对某 x，$y \in X$ 有 $xP^1y \;\&\; \sim(xP^2y)$。由引理 7*.a，这意味着 xP^1y，xR^2y 和 yR^2x。因为 xI^2y，我们必须有 $\forall \boldsymbol{b}^2 \in B^2 : \sum_i [W_i^*(x) - W_i^*(y)]b_i^2 = 0$。把个体分成两组 J 和 K，

使得 $i\in J$ 当且仅当 xP_iy，不然 $i\in K$。由公理7*.2，可以断言 $\exists \boldsymbol{b}\in B'$：$\sum_i [W_i^*(x)-W_i^*(y)]b_i<0$ 或 $\forall i: xI_iy$。但因 xP^1y，此两者都不能够成立，此矛盾证明了定理。

注意到对定理7*.2来说公理7*.1并不是必须的。然而，从实用的角度出发这并不很重要，因为凸性和标度无关性使得对公理7*.2不会有什么疑义。

此正规性公理是多苛刻的一个条件呢？考虑 B^1 和 B^2 为不包括顶点的两个凸锥。此正规性公理宣称，若 B^2 是 B^1 的一个真子集，则在 B^2 中至少有一条半射线是 B^1 的一条内射线[1]。它只不过排除了把可比性的放宽会有如此有偏差的可能性，使得在较小的集合中所允许的情形仅仅是较大的集合的边界位置。不管如何，只要代表 B^2 的锥的线性维数是 n，而 n 是个体数，这是不可能的。进一步说，哪怕 B^2 的线性维数小于 n，除非从 B^2 到 B^1 的移动是有严重偏差的，此正规性公理也成立。

我们称一个比正规性稍微强一点的条件为"弱对称性"。

公理7*.3 弱对称性：每一个 B，是由 $B=[\boldsymbol{b}\mid \forall i, j:(b_i/b_j)\leqslant\beta_{ij}\geqslant 1]$ 除去初始点定义的凸多面体锥，并且对任何对 (B^1, B^2) 有 $[\exists i, j:\beta_{ij}^1>\beta_{ij}^2]\rightarrow[\forall i, j:\beta_{ij}^1>\beta_{ij}^2]$。

这是一个比正规性公理强得多的要求。对后者，$B^2\subset B^1$ 中的一条射线是 B^1 的一条内射线就是够了，而弱对称性要求：若 B^2 是 B^1 的一个真子集，则 B^2 中的每一条射线都必须在 B^1 的内部。在弱对称性的情形，当任何一对个体之间的可比性程度被放宽

[1] 一个锥 C 的一条内射线是一条射线 (γ) 使得对某 $\epsilon>0$，C 包含了 (γ) 的一个 ϵ 邻域。为此，我们要在射线上定义一个有关 E^n 的一般拓扑的度量。各种不同的定义法基本上是相似的。见 Dunford 和 Schwartz(1958)，第一卷，或 Fenchel(1953)。

时，每一对个体间的可比性程度也必须被放宽。然而，各对的放宽程度可以不同（因此称之为“弱”，以区别于后面的“强对称性”）。它也在一对个体中的每个个体上，加上了方向的对称性。如果 i 和 j 之间的系数比的最小上限变大，则它的最大下限必须变小（即 j 和 i 之间的系数比的最小上限必须变大）。公理 7*.3 的动机是为了在部分可比性的情形下排除方向上的偏差。由此产生下面的重要结论：

引理 7*.b 关于基数性的个体福利，给定公理 7*.1 和公理 7*.3，集合包含的二元关系在所有系数集族上定义了一个序。

证明 因为对所有的 B 有 $B \subset B$，并且对所有的 B^1，B^2 和 B^3，有 $B^3 \subset B^2 \ \& \ B^2 \subset B^1 \rightarrow B^3 \subset B^1$，我们知道 $\subset$ 必是自反的和传递的。若 $B^1 \neq B^2$，则由凸性可知对某 i、j，$\sup_{b^1 \in B^1}(b_i^1/b_j^1)$ 或者严格大于或者严格小于 $\sup_{b^2 \in B^2}(b_i^2/b_j^2)$。不失一般性，设它为严格大于，则由弱对称性公理，对所有的 i、j 我们有 $\sup_{b^1 \in B^1}(b_i^1/b_j^1) > \sup_{b^2 \in B^2}(b_i^2/b_j^2)$。因为 B^1 和 B^2 是凸锥（不包括顶点），这意味着 $B^2 \subset B^1$。

注意到公理 7*.3 蕴涵公理 7*.2，由定理 7*.2 和引理 7*.b，我们直接得到下面的结果：

定理 7*.3 对于基数性的个体福利，若 R^1 和 R^2 是由两个部分可比性情形得到的汇集拟序，则给定公理 7*.1 和 7*.3，或者 R^1 是 R^2 的一个子关系，或者 R^2 是 R^1 的一个子关系。同时，拟序之间“是子关系”这个二元关系，在部分可比性的所有可能的汇集拟序上定义了一个完全序。

由此我们得到了一个汇集拟序的序列，从由不可比性得出的帕莱托拟序到由单位可比性得出的完全序，每一个是后一个的子关系。它们之间是所有部分可比性的情形，同时当部分可比性的程度

增加了，即当 B 缩小了，汇集拟序也被扩展了（若它有变化的话），不会与先前从较小程度部分可比性得到的拟序有矛盾。

在此情形下，一个衡量部分可比性程度的尺度是有用的。对每一有序个体对(i, j)，我们定义称为可比性比率的如下比率：

$$c_{ij} = \inf_{b \in B}(b_i/b_j)/\sup_{b \in B}(b_i/b_j)。$$

我们可以把部分可比性的程度定义为对每一个有序个体对的可比性比率的算术平均。

定义 7*.6 给定公理 7*.1 和公理 7*.3，对所有有序对(i, j)，部分可比性程度 $d(B)$ 由 c_{ij} 的算术平均来衡量。

因为每一个 c_{ij} 必须是在闭区间$[0, 1]$上的，部分可比性程度也定义在此区间上。进一步，下面的定理成立：

定理 7*.4 对于基数性的个体福利，给定公理 7*.1 和公理 7*.3，$d(B)=0$ 意味着汇集拟序与帕累托拟序 $\overline{R}$ 是相同的，并且 $d(B)=1$ 意味着它是一个序。进一步，若 $d(B^2) > d(B^1)$，汇集拟序 R^1 是汇集拟序 R^2 的一个子关系。

证明 若 $d(B)=1$，对每一有序对(i, j)，显然有 $c_{ij}=1$。在此情形下，B 仅由通过起点的一条射线组成，单位可比性成立。由定理 7*.1 我们知道，在此情形 R^a 是一个完全序。另一方面，若 $d(B)=0$，每一个 c_{ij} 必须等于零，故对每一对(i, j)，比率 b_i/b_j 可以是无限变化的（除了每一个 b_i 是正数的情形）。这意味着不可比性成立，于是由定理 7*.1 我们知道 $R=\overline{R}$。

若 $d(B^2) > d(B^1)$，则对某 i，j，有 $c_{ij}^1 < c_{ij}^2$，这意味着对某一对(i, j)，或者 $\sup(b_i^1/b_j^1) > \sup(b_i^2/b_j^2)$ 或者 $\inf(b_i^1/b_j^1) < \inf(b_i^2/b_j^2)$。如果是前者，由公理 7*.3，$B^2$ 是 B^1 的一个真子集。如果是后者，则 $\sup(b_j^1/b_i^1) > \sup(b_j^2/b_i^2)$，从而 B^2 也必须是 B^1 的一个真子集。现在，因为弱对称性蕴涵着正规性，由定理 7*.2，R 必

须是 R^2 的一个子关系。

根据定理 7*.1,显然,若除相对来说无害的凸性和标度无关性假设外弱对称性成立,则所有部分可比性情形可以精确地由具有有趣性质的部分可比性程度 $d(B)=q$ 来衡量。它是在闭区间[0, 1]上的一个实数 q,与之相应的拟序 R^q 是所有比它的部分可比性程度高($d>q$)得到的拟序的一个子关系,而所有比它的部分可比性程度低($d<q$)的拟序是 R^q 的子关系。这个在区间[0, 1]上连续的可比性程度和从帕莱托拟序到一个完全序的汇集拟序序列之间的单调性性质,是一个重要的现象。

应该注意到,为得到一个完全序,假设 $d(B)=1$ 虽然是充分的,但不是必要的。哪怕当 $d(B)<1$ 时,也有可能得到完全性。必要性的程度依赖于个体福利函数的具体构造。

比弱对称性更严的是"强对称性",下面给出定义。

公理 7*.4 强对称性:存在某泛函组合 $W^* \in L(p)$ 使得对每一 $B(W^*, \overline{L})$,对所有有序对 (i, j),$\sup_{b\in B}(b_i/b_j)$ 是完全相同的。

显然,强对称性蕴涵弱对称性,但反之不成立。此外,在强对称性情形下,对所有的 i, j, c_{ij} 是相同的。我们可仅仅用任何 c_{ij} 来表示部分可比性的程度。注意到有相同上限的性质依赖于我们把哪一个 W^* 选为参考点,于是 W^* 并不是无关紧要的。强对称性公理断言,对某个 W^* 这一组等式成立,但当然不是对每一任意选择的 W^*。

有关在第 7 章中讨论过的一个情形的强对称性例子如下:考虑此限制,对某实数 p $(0\leqslant p\leqslant 1)$,对所有的 i, j,必有 $p<(b_i/b_j)<1/p$。根据定义 7*.6,部分可比性程度是 p^2,它也在闭区间[0, 1]上。当 p 从 0 变化到 1 时,单调地从不可比性变到单位可比性。

有了强对称性,容易确定一个能保证汇集拟序完全性的足够的

部分可比性程度。对 X 中的任何一方案对 (x, y)，把个体分为两类，即 J 包括所有认为 x 优于 y 的个体，而 K 包括所有认为 y 与 x 至少一样好的个体。

定义

$$m(x, y) = \sum_{i \in J} [W_i^*(x) - W_i^*(y)]$$

和

$$m(y, x) = \sum_{i \in K} [W_i^*(y) - W_i^*(x)]。$$

现在，把 $a(x, y)$ 定义为：

$$a(x, y) = \frac{\min[m(x, y), m(y, x)]}{\max[m(x, y), m(y, x)]}。$$

定理 7*.5 对于具有凸性、标度无关性和强对称性的基数性的个体福利，若部分可比性程度大于或等于 a^{*2}，此处 $a^* = \sup_{x, y \in X} a(x, y)$，则汇集拟序是完全的。

证明 对任何一对 (x, y) 完全性不成立当且仅当对某 $W \in \overline{L}$ 有 $\sum_i [W_i(x) - W_i(y)] > 0$，且对某另一 $W \in \overline{L}$ 为 < 0。首先考虑 W^*。不失一般性，设 $\sum_i [W_i^*(x) - W_i^*(y)] > 0$，即 $m(x, y) > m(y, x)$。我们必须证明对所有的 $W \in \overline{L}$，x 和 y 之间的福利差之和是非负的。假设部分可比性程度为 d，从而任两个人的福利单位的比率最多能够以因子 $p = d^{1/2}$ 减少。如果定理不成立，对任何 $W \in \overline{L}$，x 和 y 之间的福利差之和是负的，则 $[pm(x, y) - m(y, x)] < 0$，所以 $p < [m(y, x)/m(x, y)]$。但因 $p \geq \sup_{x, y \in X} a(x, y)$，这是不可能的。这个矛盾证明了汇集拟序一定是完全的。

显然，为了得到一个完全的序，单位可比性是一不必要的苛刻假设。严格的部分可比性的某程度，即 $d < 1$，也可能得到和单位

可比性(或全部可比性)所得到的相同的序。

§7*.4 非基数性福利的求和

至此,假设了 L_i 的每一个元素是每一其他元素的正线性变换,即个体福利是基数可测的。在讨论部分可比性时,这是一不必要强的假设。以下放宽了这一限制,L_i 可以包括互相不是线性变换,但必须是正单调变换的元素。不过,不是每一正单调变换都要被包括在内。因此,可以考虑比基数可测性限制更少而比序数可测性限制为多的情形。

定义 7*.7 若对每一 i,L_i 的每一元素是 L_i 中每一其他元素的一个正单调变换,同时 L_i 的任一元素的正线性变换也在 L_i 中,则个体福利是序数型的。

注意,福利尺度是严格序数的(包括所有正单调变换)和严格基数型的(仅包括正线性变换)都是序数型的特别情形。事实上,序数型是可测性的一个十分一般的类型。

定义 L 如前,即作为对所有 i 的 L_i 的笛卡儿积,并且如前在定义 7*.2 有关汇集关系 R^a 中,$\overline{L}$ 是它的任一子集。不可比性的定义不变,即 $L=\overline{L}$。下面的定理是对定理 7*.1 的四个结论中三个的推广:

定理 7*.6 关于序数型个体福利,

(1) 对任何 $\overline{L}$,R^a 是一拟序。

(2) 对任何 $\overline{L}$,$\overline{R}$ 是 R^a 的一个子关系,即

$$\forall x,\ y\in X:[\{x\overline{R}y\rightarrow xR^a y\}\&\{x\overline{P}y\rightarrow xP^a y\}]。$$

(3) 在不可比性时,有 $R^a=\overline{R}$。

因为基数性的性质在定理 7*.1 的证明中并没有被用到,所以

证明与定理 7*.1 的完全一样。

现在，考虑仅在一对 $(x, y) \subset X$ 之间的一个选择。取 $\overline{L}$ 中任一元素 W^*，记

$$g_i^* = [W_i^*(x) - W_i^*(y)]。$$

首先假设 g_i^* 不为 0。对 L 中的任一元素 W，设 $\hat{b}_i$ 是一实数，使得

$$g_i^* \hat{b}_i = [W_i(x) - W_i(y)] = g_i。$$

现在考虑 n 元 $(\hat{b}_1, \cdots, \hat{b}_n)$，记为 $\hat{\boldsymbol{b}}$。

定义 7*.8 对于任一给定的对 $(x, y) \subset X$，对所有 i 和 $\overline{L}$ 中某 W 使得 $g_i = g_i^* \hat{b}_i$ 的全体 $\hat{\boldsymbol{b}}$ 组成的集合称为 $\overline{L}$ 相对于 W^* 的系数集，记作 $\hat{B}(W^*, \overline{L})$。

容易检验，若基数性成立，则不管我们取哪一对 (x, y)，系数集 $\hat{B}$ 是相同的，而且它与定义 7*.5 中所定义的系数集 B 相同。不难验证，若仅考虑一对方案 (x, y)，把所有公理中的 B 换成 $\hat{B}$，引理 7*.a 和引理 7*.b、定理 7*.2、定理 7*.3 和定理 7*.4 对序数型福利都成立，这里每一公理都定义在一对 (x, y) 上。

进一步，从定理 7*.6 知道，不管涉及方案的数目是多少，在序数型个体福利下 R^a 必是一个拟序。这立即有以下定理：

定理 7*.7 对于序数型个体福利，若公理 7*.2 对每一对 $(x, y) \subset X$ 成立，则 $\overline{L}^2 \subset \overline{L}^1$ 意味着 R^1 是 R^2 的一个子关系。

定理 7*.8 对于序数型个体福利，对每一对 $(x, y) \subset X$ 已知公理 7*.1 和公理 7*.3 成立，若 R^1 和 R^2 是两个汇集拟序，则或者 R^1 是 R^2 的一个子关系或者 R^2 是 R^1 的一个子关系。

定理 7*.9 对于序数型个体福利，对每一对 $(x, y) \subset X$ 已知公理 7*.1 和公理 7*.3 成立，

$$[\forall x, y: d(\hat{B}) = 0] \to R^a = \overline{R}。$$

$$[\forall x, y: d(\hat{B}) = 1] \rightarrow R^{a} \text{ 是一序},$$

以及

$$[\forall x, y: d(\hat{B}^2) > d(\hat{B}^1)] \rightarrow R^1 \text{ 是 } R^2 \text{ 的一个子关系}^{[1]}。$$

这些定理容易由定理 7*.6 和定理 7*.2，以及定理 7*.3 和定理 7*.4 证实。

[1] 注意，这里 $d(\hat{B})$ 对每一对 $(x, y) \subset X$ 是分别定义的。

第 8 章 具可比性或不可比性的基数性

§ 8.1 协商优势和集体选择

在集体选择中运用个体福利函数至少存在三个不同(但相互有关)的问题,即(a)个体福利的可测性;(b)人与人之间个体福利的可比性;(c)给定个体福利函数和可比性假设,确定一个社会偏好的函数形式。在第 7 和 7* 章中,考虑了一些有关(a)和(b)的不同假设,而对个体福利尺度的运算只是简单的求和。当然,应该也可能有其他方法来对它们进行组合。

在对"协商问题"的解中,纳什(Nash,1950)在选择了适当的初始点后,采用了个体福利的积而不是和。虽然此模型是对两人世界的,然而也可把它进行推广。若两个人不能达成交易,结果就是一特定的社会状态 $\bar{x}$("现在状态")。若两个人都认为 $\bar{x}$ 至少与每一通过协商得到的方案一样好,则此问题是平凡的,因为没有协商协议,任何人也不会有失。另一方面,若存在两个人都认为优于 $\bar{x}$ 的合作结果,则问题就有意义了。然而,若双方对合作的结果恰好有相同的选择集,则问题又是平凡的了,因为他们可以选择对他们来说都是最好的结果。当两个人有利益冲突时,问题就有趣了。两个

人都从合作中得益，但一个人从某些协议中得到的利益将大于从另一些协议中的得益，而另一个在这些协议中的得益，要少于从另一些协议的得益，这就是协商活动的本质。

纳什在不确定的情况下对个体的行为给出了假设，使得个体偏好有一个基数性的描述。他提议的解，是把从合作的结果 x（帕莱托优于 $\bar{x}$）和现在状态的结果 $\bar{x}$ 两者效用之差的积进行极大化，即极大化 $[U_1(x)-U_1(\bar{x})][U_2(x)-U_2(\bar{x})]$。这相当于在选择了适当的初始点之后，将效用之积极大化〔1〕。

显然，纳什解具有不依初始点的变化和个体效用函数的单位而变化这一性质。初始点被减去了，而单位只会改变积的尺度，积的值不会改变结果的序。因为不用考虑另一人的效用的初始点和单位，可以变换任一个个体的效用的初始点和单位，这就把缺乏人与人之间可比性吸收掉了。

虽然其他函数形式也能保持相对于个体效用函数初始点和单位选择的不变性〔2〕，这个简单的积的形式，则还满足纳什所加的关于两个个体“对称性”的条件〔3〕。在第 8* 章中，将给出恰当的公理和证明纳什解是唯一能满足它们的解。

不管我们将各个个体效用相加、相乘或以其他形式进行处理，个体效用的单位和初始点的可变性仍是一个问题。将到目前为止已经考虑到的对此问题的两种处理方法进行比较是有益的。在第

〔1〕 这可能会使人认为这一运算事实上是求和的伪装，因为积的极大化相当于数的对数和的极大化。可能会认为只需将效用函数的对数作为效用函数本身。然而，这是不合理的，因为如 Nash（和其他人）所用的基数性只允许线性变换，而不允许对数变换。进一步，所需要的事实上是一混合变换，即先用某变换使得 $U(\bar{x})=0$，然后再用一对数变换。如此混合变换会保持偏好的哪些具体性质是不明显的。

〔2〕 例如，可选 $[U_1(x)-U_1(\bar{x})]^{\alpha}[U_2(x)-U_2(\bar{x})]^{\beta}$，$\alpha$ 和 β 是两个正实数。

〔3〕 当然，可以在注[2]的例子中取 $\alpha=\beta$，但这样得到的社会序则与 Nash 系统中比较简单的积的完全一样。

7和7*章的汇集方法中，因为仅将所有个体在 x 和 y 之间的效用差求和以此产生社会序，初始点是无关的。而单位是重要的，但是若一个个体的单位的变化与其他人单位的变化有系统的关系，则社会状态的排序不可能对这些变化很敏感。此系统的关系可以从产生完全序的一一对应关系（完全的单位可比性情形）到在社会选择中仅反映帕累托偏好和无差异的无对应关系（不可比性）。在它们之间，有着各种具不同程度完全性的拟序的可能性。相比之下，在纳什的方法中并不引进如此的可比性，而是通过运用现在状态把初始点去掉，并且用乘法的形式使之与单位无关。这使得集体的解决定性地依赖于现在状态点。给定所有其他条件，一个不同的现在状态点一般会得出一个不同的纳什解。

这个对一个明确定义的非合作结果的依赖性是否合理？回答看来在很大程度上依赖于讨论的目的，在预测一个协商竞争的实际结果中，现在状态显然是有关的，因为它定义了在各方不能达到一个合作解时的情形。总存在这样一个威胁，使这个双方都认为较差的结果会成为实际的结果[1]。在为了得到协议而分享得益时，状态 x 显然是有关的。正如哈桑依所指出，存在一个最初由宙任(Zeuthen，1930)所提出的且并非无理的做出和接受让步的过程，它最终确实会导致纳什的结果。

然而，这并不意味着纳什解是一个伦理上吸引人的结果，以及我

[1] 这个分析可以扩展到，接受特定的"威胁"作为参与者可以给出在若不能达成合作协议时，它们会采取的行动。用威胁其他一方采用会使对那一方具有灾难性结果的政策，一个参与者可以加强他自己的协商实力。Nash的模型可以扩展成包括这类"威胁"；有关这一点见Nash(1953)及Luce和Raiffa(1957)。顺便指出，关于威胁的理论涉及一个不容易解决的问题，即若协商失败，执行威胁不一定有利于威胁一方。威胁伤害其他人而同时伤害自己，只有当其他人相信威胁一方在协商失败时会这样做才可能有效；但显然当协商失效时理智上这样做对威胁一方并无利益。威胁理论必须妥善处理这一问题。

们应提倡一个结合它的集体选择机制。一个最好的预测不一定是一个公平或公正的结果。在有失业的劳力市场中，工人可能愿意接受低于起码生活的工资和很差的雇佣条件，因为没有合同他们可能会饿死(?)，但在任何意义上这个结果终究不是令人满意的。确实，与之比较，虽然一个特定的解对工人和资本家在协商中对称地分配了效用利益，我们仍旧可以坚持工人是被剥削了，因为他们在协商中处于下风。

尽管它只是一个可能的模型，用哈桑依(1955)的"伦理判断"模型来澄清这一对照是有用的。在此模型中，一个人若认为他有同样的机会处于各方的地位，则他所提议的解是一个"伦理"的提议。另一方面，给定交易方，他预测可能的结果是完全另一回事。纳什"协商解"对前者来说是无意义的，若它能代表什么的话也只能代表后者。不管纳什解具预测性与否(疑问见卢斯和莱依法(1957))，它看来与伦理没有什么关系。

这个比较是十分广义的，也可用不同于哈桑依的其他伦理模型来进行，例如与具部分可比性的总福利极大化模型，或与罗尔斯(1958，1967)的公平性和公正模型，或与苏佩斯(1966)的"评分原则"，或与如多数决定方法的集体选择机制。

值得注意，许多所谓伦理的解实际上与纳什的解相似。例如，布雷思韦特(Braithwaite，1955)的有趣的引用对策论作为"有道德的哲学家的工具"，似乎是基于对这两个问题的认识。在布雷思韦特的例子中，某人卢克喜欢在他房中弹钢琴，而某人马修喜欢在隔壁房中即兴吹奏爵士乐，而房间之间隔音不好。若他们同时演奏就会互相影响，如所预料，吹喇叭者对弹钢琴者的影响要比弹钢琴者对吹喇叭者要大。布雷思韦特建议的最后解决方法是他们分时演奏，而给吹喇叭者的时间要比给弹钢琴者的时间多得多，正如布雷思韦特(1955，p. 37)指出，"马修的优势纯粹是因为吹喇叭者马修认为他们同时演奏优于无人演奏，而弹钢琴者卢克认为无声优于噪

声”。在没有协议的情况下，马修有威胁优势。事实上，若让卢克和马修协商的话，布雷思韦特的解很可能会出现[1]。但是在什么意义上，这个解会“获得适合于公平分配的满足的最大化”[2]？一个无偏见的法官很有可能认为，马修能够更有效（更吵闹）地威胁卢克这一事实并不能作为给予他有较多演奏时间的权利。马修也可能承认，若他不知道在决定一个分配时间方案前他会是卢克或马修的话，他也会不顾这一威胁优势而建议一个较平等的时间分享方案。一个基于双方的威胁优势的解实际上可能是非常不公平的。

然而，我们应注意到也可能采取“强硬的现实主义者”的观点，即所有伦理讨论是无意义的，重要的是对结果的预测。对应该发生而不会发生的结果进行讨论有什么意义呢？这个著名的古老观点对于集体选择理论并不很有用。第一，集体选择研究的目的之一是社会批判。运用某些广泛认同的价值判断，可以对特定的集体选择机制作出批判。这在长远意义上可以帮助发展一个更合适的选择机制。第二，不同群体的协商能力本身是依赖于对社会和它的选择机制的本质的评价。某一群体（如工人）感觉到的不公正本身，会为改变不同群体相对协商能力的机构（如行业工会）的产生作出贡献。举两个明显例子，卢梭的“不公正”分析和马克思的“剥削”理论对世界的影响要比“强硬的现实主义者”预见的要大得多[3]。第三，人们所认同的一般原则和他们采取的行动之间往往存在冲突。这些原则，可能是以关于集体选择的条件的形式出现的，对他们的逻辑含义的分析是对社会决策进行讨论和争论的一个有趣和有用的基

---

〔1〕 见 Luce 和 Raiffa(1957)pp. 145—150。另一处理方法也见 Raiffa(1953)，Luce 和 Raiffa(1958)，pp. 143—145。

〔2〕 Braithwaite(1953)，p. 9，也见 Lucas(1959)。

〔3〕 因为十月革命，列宁只写完了他的《国家与革命》的 6 个章节。

础。对现存的集体选择机制用社会中被广泛接受的基本原则来检验，也有助于对理论和实践之间的一致性进行验证。

最后，纳什、布雷思韦特和其他人在类似模型中提出的解可能对预测交易和谈判的结果有关，但他们在有关集体选择原则的被广泛接受的价值判断上是很不吸引人的。给予现在状态点和威胁优势以特别的重要性，以及对人与人之间比较的完全回避，似乎排除了一整类与集体选择有关的伦理判断。

§8.2 基数性和不可能性

注意到，当把社会选择定义为社会偏好是个体福利函数的一个函数（而不是个体序的一个函数）时，它对于现在状态点($\bar{x}$)态度的依赖违反了“无关方案独立性”。事实上，若除了纳什条件外，我们也要求对任何两个合作结果 x 和 y 的社会选择必须仅依赖于两个个人的 x 和 y 的福利数值，则立即就得到一个不可能性定理。

这个问题不仅仅出现于纳什方法，还出现于在无人与人之间可比性时所有对基数性的使用（即假设社会选择对个体效用函数的正线性变换的不变性）。实际上，阿罗的不可能性结果可以推广至把个体基数性效用函数（而不是个体序）用作为集体选择规则的自变量。给定由每个个体一个函数组成的一个个体福利函数集，一社会福利泛函(SWFL)是指定的一个且仅一个社会序的机制。不可比性要求任何个体的福利函数的任何变换（可测性假设所允许的）不会改变社会序。基数性要求，关于任何个体的任何效用函数的所有正线性变换是允许的。根据这些，我们可以适当地修改阿罗的条件使之用于一个 SWFL，即无限制定义域、弱的帕莱托原则、非独裁性，以及无关方案独立性。前三个可以直接再定义，最后一个重新定义为：当每个个体关于 x 和 y 的效用尺度不变时，x 和 y 之间的

社会偏好也不变。把这些条件放在一起，我们得到了一个类似于阿罗的一般可能性定理的但适用于基数性个体效用函数的 SWFL 的另一个不可能性（定理 8*.2）[1]。

把这个不可能性结果和第 7 和 7* 章中得到的汇集拟序作比较是有启发性的。那个基于并不是相对于每一个个体效用函数的可能的线性变换的不变性，而仅仅是相对于某一些变换的不变性（在 $\bar{L}$ 中的那些，是 L 的一个给定的子集）的关系，反映了我们对人与人之间可比性的假设。在单位可比性和基数性情况下，此汇集规则是一个具无限制定义域、满足帕莱托原则、非独裁性，以及无关方案独立性的一个 SWFL。关键的区别在于引进了可比性。前面注意到，若假设不可比性，则汇集拟序与帕莱托拟序相同（定理 7*.1）。定理 8*.2 证明了，若基数性和不可比性相结合，不仅仅是汇集，而是所有帕莱托包含的，非独裁的，无关方案独立的从个体福利函数到社会序的规则都不能生成一个社会序。

这当然不使人惊奇。给出不可比性，个体对任何一对的相对偏好程度，除了不能改变符号，即不可把次序颠倒过来外，我们都可以将其变换。这样，当与不可比性结合时，基数性对个体序来说也无什么帮助，故要使基数性有助，我们必须放弃其他条件之一。纳什方法让选择集依赖于现在状态 $\bar{x}$，由此违反了无关方案独立性，而汇集方法是通过允许人与人之间全部或部分可比性来达到此目的的。基数性似乎不能单独扼杀问题的根源，我们必须在其他地方寻找我们的小乔治。†

〔1〕这证实了 Samuelson(1967)对此的猜测。Samuelson 没有提到不可比性这一要求，但他引而有关对单位和初始点变化的不变性意味着这一点。另外，在 Sen(1966b)中提出了不仅仅引进基数性而是与可比性一起引进，Samuelson 在他的文中也引用了这一点。

† 译注：英国的守护神。

第8* 章 协商和社会福利泛函

§8*.1 纳什的协商问题

假设个体福利具基数性但没有人与人之间可比性，把纳什的协商模型用作从个体福利函数到一个社会序是有启发意义的[1]。解答依赖于一个特定的社会状态 $\bar{x}$，我们称它为现在状态点，它代表了协商者之间没有合作的状态。设 X 代表两者合作可达到的所有社会状态。这里假设了双方都认为 X 中存在优于现在状态 $\bar{x}$ 的点。此外，纳什的协商问题是有关一个两人社会的问题。虽然可以把这个问题扩展成 n 人的情形，在此我们仍运用纳什本来的提法。

对任何给定的 W，X 中的每一点 x 映射到一对分别代表两个个体福利的效用数。对任何 W，记相应于 X 中所有元素的集合的如此效用数对的集合为 $U(X, W)$，简记为 U。可以把它看作是二维欧几里得空间的一个子集。按照纳什，我们假设 U 是紧的和凸的。

我们的描述与纳什的有所不同，但我们的五个公理实质上和纳什的八个公理是等价的。我们用定义 7*.1 把泛函组合 W 定义为

[1] 从 Nash(1950)。见 Luce 和 Raiffa(1957)的一个精彩解释和中肯评论。也见 Nash(1953)和 Harsanyi(1956),(1966)。

福利函数个体集合的笛卡儿积$\Pi_{i=1}^{n}L_i$的任意一个元素。

定义 8*.1 给定特定社会状态$\bar{x}\in X$代表现在状态。一个协商解函数(此后记作 BSF)是一个对任何确定的泛函组合$W\in L$选且仅选一个社会状态$x\in X$的泛函关系。

我们运用以下一组公理:

公理 8*.1 适用基数效用:对每一个i,L_i的每一个元素是每一其他元素的一个正线性变换,同时L_i的任何元素的每一个正线性变换属于L_i。此外,每一个W_i在X上连续,并且对任何$W\in L$,U是紧的和凸的。

公理 8*.2 不可比性:BSF 的值对于L中W的不同选择是不变的。

公理 8*.3 弱帕莱托最优性:BSF 的值域限于使得$\sim[\exists y\in X: y\bar{P}x]$的那些元素$x\in X$。

公理 8*.4 性质α:当X是社会状态集和$\bar{x}\in S\subset X$时,若$\bar{x}$是 BSF 的解,则$\bar{x}$是 BSF 在S上的解[1]。

公理 8*.5 对称性:若对某个$W^*\in L$,$W_1^*(\bar{x})=W_2^*(\bar{x})$,并且对此$W^*\in L$,$U$是对称的[2],则$W_1^*(\bar{x})=W_2^*(\bar{x})$。

定理 8*.1 对于任何X,一个满足公理 8*.1~8*.5 的 BSF 一定会给出一个x^0,使得$x^0\in X$,$x^0\bar{P}\bar{x}$,同时对任何$W\in L$有

$$x^0 = x \left| \begin{array}{l} \max[W_1(x)-W_1(\bar{x})][W_2(x)-W_2(\bar{x})] \\ x\in X \\ x\bar{P}\bar{x}. \end{array} \right.$$

---

[1] Luce 和 Raffa(1957)称之为无关方案独立性。不过不要将它与阿罗同样名称的条件混淆。我们将在后面讨论与阿罗相应的条件,见公理 8*.6。有关性质α见第 1*章。

[2] 即若$(a, b)\in U$,则$(b, a)\in U$。

证明 显然，由于U的紧性和凸性，这样的点x^0是存在且唯一的。此外，由于基数性，它对于$W \in L$的不同选择显然是不变的。现在考虑$W^* \in L$使得$W_1^*(\bar{x}) = W_2^*(\bar{x}) = 0$和$W_1^*(x^0) = W_2^*(x^0) = 1$；由基数性，如此的一个$W^* \in L$是存在的。由$x^0$的选择，不存在$x \in X$使$W_1^*(x) \cdot W_2^*(x) > 1$。因此，不存在$x \in X$使$W_1^*(x) + W_2^*(x) > 2$，因为若存在如此的一个$x$，则$(W_1^*(x), W_2^*(x))$的$(W_1^*, W_2^*)$和$(1, 1)$的一个凸组合将使$W_1^* \cdot W_2^* > 1$，此外由凸性，$(W_1^*, W_2^*)$将属于$U$。容易在相对于$X^*$的效用空间上构造一个对称的集合$U^*$，使得它包括了对所有$x \in X$的$(W_1^*(x), W_2^*(x))$，即$X \subset X^*$，并且除了$x = x^0$外没有$x$使得$W_1^*(x) \geqslant 1$和$W_2^*(x) \geqslant 1$。根据公理8*.3和8*.5，给定$W^* \in L$，BSF对于$X^*$给出了$x^0$。由公理8*.4，给定$W^* \in L$，BSF对于$X \subset X^*$给出了$x^0$。由公理8*.2，给定任意一个$W \in L$，BSF对于$X$给出了$x^0$。检验$x^0$总是满足公理8*.1—8*.5的，于是定理得证。

虽然纳什的解满足被拉德纳(Radner)和马尔沙克(1954)、卢斯(Luce)和莱依法(1958)等人说成无关方案独立性条件的性质α，它违反了阿罗的无关方案独立性的基数等价条件。这里，我们定义了适应于一个BSF而不是集体选择规则的非常弱形式的阿罗的条件。给定某现在状态$\bar{x}$，考虑BSF从X中选择x^0而不选x^1，使得x^0社会优于x^1。假设$\bar{x}$改变了而其他一切不变，包括对每一个i的$W_i(x^0)$和$W_i(x^1)$都不变。如果在x^0与x^1之间的选择与无关方案无关，则显然BSF现在也不应选择x^1而不选x^0。

公理8*.6 独立性：对于定义在X上的某$W \in L$和$\hat{W} \in \hat{L}$，若对所有的x，$\forall i$：$W_i(x) = \hat{W}_i(x)$，则此BSF对$W \in L$给出的解

应与对 $\hat{W}\in\hat{L}$ 给出的解相同。

下面的结论显然是正确的：

推理 8*.11 不存在满足公理 8*.1—8*.6 的 BSF。

因为纳什解依赖于 $\bar{x}$[1]，故证明是直接的。在协商解的实际模型的意义上，纳什解的这一性质未必是不对的，但它在伦理上的限制是重要的，我们在第 8 章中已给予讨论。

§8*.2 社会福利泛函

现在，我们讨论在不具可比性时运用基数性的问题的一个更一般的形式。与 SWF 一致，我们定义一个社会福利泛函。

定义 8*.2 一个社会福利泛函（SWFL）是一个对任何 W，即对每一个定义在 X 上的任何 n 元个体福利函数 $W_1,\cdots,W_n$，确定一个且仅一个社会序 R 的泛函关系。

注意 SWF 是 SWFL 的一个特殊情况，它仅运用了个体序的性质。也请注意对任何 $W\in L$，汇集关系是一个 SWFL，在第 7* 章中汇集关系是 $\bar{L}\subset L$ 的一个函数，而并不一定是一个个体元素 $W\in L$ 的函数。

相应于阿罗对 SWF 所加的条件，对 SWFL 也加上类似的条件。

条件 $\bar{U}$（无限制定义域）：SWFL 的定义域包括所有逻辑上可能的 W，即定义在 X 上的所有可能的 n 元个体福利函数。

条件 $\bar{I}$（无关方案独立性）：若对所有的 i，对某一对 $(x,y)\subset X$ 和某一对福利组合 W 和 $\hat{W}$，有 $W_i(x)=\hat{W}_i(x)$ 和 $W_i(y)=\hat{W}_i(y)$，则

---

(1) 事实上此处有些重复，在§8*.2 中会清楚。

$xRy \leftrightarrow x\hat{R}y$，这里 R 和 $\hat{R}$ 是相应于 W 和 $\hat{W}$ 的社会序。

条件 $\overline{D}$（非独裁性）：不存在 i，使得对 SWFL 定义域中的所有元素有 $xP_iy \rightarrow xPy$。

条件 $\overline{P}$（弱帕莱托原则）：若对所有的 i 有 xP_iy，则与此相应，对 SWFL 定义域中的所有元素有 xPy。

条件 $\overline{C}$（基数性）[1]：对每一个 i，L_i 的任何元素的每一个正线性变换属于 L_i。

条件 $\overline{M}$（不可比性）：对任何 L，由 SWFL 对每一个 $W \in L$ 产生的社会序 R 必须是相同的。

定理 8*.2 不存在满足条件 $\overline{U}$，$\overline{I}$，$\overline{D}$，$\overline{P}$，$\overline{C}$ 和 $\overline{M}$ 的 SWFL。

证明 考虑一对 $(x, y) \subset X$。对 $W \in L$ 我们对所有的 i 有 $W_i(x)$ 和 $W_i(y)$。保持个体序不变考虑个体福利函数的变化，设 L 变为 $\hat{L}$。显然，条件 $\overline{C}$ 给了每一个人的福利尺度两个自由度，由此我们可以找到一个 $\hat{W} \in \hat{L}$ 使得 $W_i(x) = \hat{W}_i(x)$ 和 $W_i(y) = \hat{W}_i(y)$。由条件 $\overline{I}$，$xRy \leftrightarrow x\hat{R}y$，这里 R 和 $\hat{R}$ 是相应于 W 和 $\hat{W}$ 的社会序。因此，根据条件 $\overline{M}$，对 L 的元素的社会序必须与对 $\hat{L}$ 的元素的社会序相同。于是，满足条件 I 和 $\overline{C}$ 的 SWFL 都是 SWF，那么 R 仅仅是 n 元个体序 $(R_1, \cdots, R_n)$ [2]的一个函数。但我们从定理 3*.1 知道，不存在满足条件 U，I，D 和 P 的 SWF，而对于 SWFL，条件 $\overline{U}$，$\overline{I}$，$\overline{D}$ 和 $\overline{P}$ 则意味着这些条件。由此，证明完成。

在第 7* 章中出现的汇集没有这个问题，因为在那里，集体选择准则是通过对在一个特定的 $\overline{L} \subset L$ 上的每一 W 的不变性定义的，而

---

[1] 我们不要求 L_i 的所有元素是相互的线性变换。不过加上这一点也不会影响结果。此外，条件 $\overline{C}$ 连同条件 $\overline{M}$ 一起才对 SWFL 有约束。

[2] 事实上，R 在每一对社会状态上仅对这一对是 n 元 R_i 的一个函数。

不是要求对于 L 上的所有 W 的选择具不变性。$\overline{L}$ 的选择反映了我们对人与人之间可比性的假设。定理 8*.2 证实了仅仅有基数性而没有任何可比性是不够的。

第 9 章

平等和公正

§9.1 普遍化和平等

一个进行人与人之间比较的方法，是设想将自己放在别人的位置上。并不奇怪，这种方法几乎在全部有记录的历史上，在不同的文化中曾经以不同的形式出现过，虽然不同的社会对于它的运用在很大程度上是很不同的。

福音中的所谓黄金教规是这种方法的一种表示——一个比较狭义的表示："你对待他人要像你希望他人对待你那样"。康德(Kant)对"道德法则"的研究与这一将自己放在他人位置上的方法是密切相关的，他的一般规则也是如此："行为要遵循的箴言是希望它是一个普遍法则"[1]。西奇威克(Sidgwick)的"平等"或"公平性"原则是这一方法的一个特别有用的表示[2]：

> ……我们每一个人认为对他是正确的行为，他隐含地认为对所有相似的人在相似的状况下也是正确的。或者

[1] 见 Kant(1785)。在 Abbott 的 Kant 的译本(1907)中，p. 66。

[2] Sidgwick(1907)，第三集，第 13 章，p. 379。Sidgwick 把此归功于 Kant："对于我是对的必须是对所有人在相似状况中也是对的——这是我所接受的 Kant 准则的形式——在我看来当然是基本的，当然是正确的，而且在实际上是重要的。"(p. xvii)。对一致化论点的调查见 Singer(1961)。

> 我们可以如此说，"如果一种行为对我来说是正确的（或错误的），而对另一人是不正确的（或错误的），那一定是因为两种情况有所不同，而不是因为我和他是不同的人"。对于不同的个体，应该给以（或不受到）什么样的对待，同样的观点也是同样正确的[1]。

黑尔（Hare，1952，1963）给出了这个方法的一个较新扩展。黑尔把西奇威克意义上的"平等"问题和一般价值判断的"普遍性"特征联系起来（即在完全相似状况下应有完全相似的判断），并使它成为一个有意思的问题而不是一个我们所希望价值判断要满足的道德原则。引用黑尔的一段话（1961，pp. 176—177）作为例子来帮助了解他的说法。

> 假设我对某人说"你不应该在此车厢里抽烟"，这节车厢里有儿童。若他想知道我为什么对他说不应该抽烟，他很可能会观察一下周围而注意到儿童，由此理解了理由。但是，假设弄清楚了车厢的情况以后他会说"好的；我到隔壁去，隔壁的车厢也一样好；事实上，它与这节车厢完全一样，也有儿童。"我想若他这样说，他就不懂得"应该"这个字的作用，因为"应该"总是涉及到某一普遍原则；若隔壁车厢和这节真的完全一样，对此车厢适用的原则也同样适用于那一节车厢。我因此也就可能回答："但是，若你不应该在这节车厢里抽烟，而那一节和这一节一样具有类似的

[1] Arrow（1963）引用了 Martin Engelbrodde 的有名的墓志铭作为"扩展同情"方法的一个例子。

此处安息着马丁·英格尔布罗德，
主啊，宽恕我的灵魂吧，
就好比我是上帝你是马丁·英格尔布罗德，
我会做的那样。

运用 Sidgwick 的平等原则，上帝是否有必要宽恕 Engelbrodde 的灵魂，这个有趣的问题留给读者作为练习。（提示：对照"如我会做"和"如你所希望"。）

人、窗上有相同的警告等，则显然你也不应该在哪一节车厢里抽烟。”

黑尔（如西奇威克）把状况的相似性理解为包括设想其他因素都不变时，人与人之间的变更。假使一个南非的白人宣称种族隔离是好的，但承认，如果他自己是黑人他的判断就会不一样，这时在黑尔的系统中他显示了对“好”这个字的功能的无知。对比之下，若这个准则是一个有关道德的原则，而不是一个意思上的问题，则此南非白人在某种意义上是不道德的，而不是在任何（有关道德的语言）意义上是无知的。

在此必须对两个不同的问题加以区别：(a)价值判断的普遍性问题；(b)在其他因素不变的情况下，人际交换是否应该被认为是“完全相似”状况这一问题。我们先考虑问题(a)。

普遍性确实是一个被广泛接受的准则。如阿罗在讨论别的问题时所表述过的，“价值判断可能将实践上可区别的现象等同起来，但它们不能辨别实践上不可区别的状态。”[1]可是，普遍性的运用至少会引起两个困难的问题。第一，把普遍性作为一个逻辑的必然性而不是一个道德原则意味着违反了所谓的“休谟法则”，它断言价值判断是不能仅仅从事实为前提来推出的。由这一观点，规范价值必须是定义在事实状态上的一个函数。虽然并不要求这个事实的函数有某种特有的形式（如可能在经典的“自然主义者”的观点中存在的），两个相同的事实状态必须有相同的规范价值。若把此作为逻辑上必然的，两个事实上完全相同的状态（一个事实）似乎意味着它们是同样的好（一个价值判断）[2]。除非你像黑尔等人那样坚信

[1] Arrow (1963), p. 112。

[2] 见 Sen(1966a)。从同一性理论来说，若 $x=y$，则对所有的 f 有 $f(x)=f(y)$。那怕 f 是一个道德函数，前者是有关事实的，而后者是有关道德的。

休谟的法则，这个问题是不会困惑你的[1]。

比起对休谟学说的坚信来说，普遍性的一个更重要的困难是关于此原则的范围，不管是把它解释为一个逻辑上必然还是一个规范的规则。两种情况真正能完全一样吗？若不能的话，则普遍性就没有内涵了。若两种情形不完全相似，当然可以认为它们是“恰当相似”的，譬如购买一辆带有某确定牌号的汽车和另一辆除号码外实质上完全一样的汽车。恰当相似性的概念，本身包括了一个价值判断，是不容易定义的，以下是一个可能的方式：若 x 和 y 除了某些方面外完全相似，同时一个人对 x 和 y 的判断与这些方面无关，则在此人的系统中 x 和 y 是恰当相似的。在这个推广的形式上，当两个方案是恰当相似时，普遍性要求一个人对 x 和 y 的判断完全相似。这一推广也是存在问题的，但这些问题似乎没有原来形式下的普遍性所可能具有的空洞本质那样严重。

现在，我们考虑第二个问题。在其他不变的情况下，人与人之间的变更是否保持“相似性”？假如像黑尔那样回答是的话，则西奇威克的平等原则是普遍性的一个直接后果。若不然，则就有恰当相似性的问题，那么我们必须面对前面提到的南非白人宣称他是白人或是黑人在他的系统中是一个恰当的区别。黑尔会排除此情形，但似乎可以采取这样一个观点，这一判断虽然是“邪恶的”，但从道德语言的标准来说不是不可能的。

黑尔运用人与人之间的变更来得到道德判断的准则还有一个困难。事实上，有可能没有判断能够通过这样一个检验，有可能当问及一个人有关某一情况时，他不能诚实地说他是否会在每一个可想像到的人与人之间的变更情形下都会有完全相同的判断。若黑尔有理由

[1] “我自始至终是休谟学说的坚定支持者，即不能从非道德的事实推出道德性的判断”(Hare(1963), p. 186)。也见 Hare(1961), pp. 29—31, 79—93。

正确地相信，已经在运用中的道德语言标准要求在这一严格的意义上具有普遍性，而且人们在有意义地运用这个语言时，可以宣称这个标准总的说来没有定义出一个空的价值判断集合。然而，毫无疑问这是一个很严格的要求，特别是因为它要能适用于每一种道德判断[1]。

在有关“公平性”、“公正”和“伦理（相对于主观）偏好”判断的问题上，一些作者提出了一组要求较低的规则。这些要求从两个原因上说不那么严厉。第一，它们只打算被用于道德价值的某些有限的范畴（如公平性或公正）。第二，可能更重要的是，把在每一个可想像的个人位置改变之下都作出同样的判断这个条件，换成作出判断时并不知道他在任何一个社会状态中的所处的具体位置这一要求。现在，讨论其中的某些规则。

§9.2 公平性和极大极小公正

罗尔斯对公平性这一概念的分析运用了一个假设情形（“初始位置”）。这里，个体是在这一个原始的同等的状态下对“原则”作出选择，不知道他们在将来由此产生的社会状态中的位置，除社会位置外甚至也不知道他们个人的特征。在这样一种情况下，被广泛接纳的原则就满足“公平性”准则，这由于是从没有既得利益的公平的协议所得到的。（见罗尔斯（1958），（1963），（1963a），（1967）和（1968））。

罗尔斯从他的公平性准则得到他的“公正”原则。他的“公正作为公平性”这一概念，表示了公正原则是在一个公平的初始情况下

---

[1] 有关Hare方法的有效性和有用性，哲学家们在涉及若干问题上有许多讨论。引用其中一小部分，譬如见 Madell（1965），Montague（1965），Gauthier（1968）。Hare本人概述了一些问题，包括“意志的软弱性”和“狂热分子”问题，见 Hare（1960），（1963）。

被选出的这样一个想法。与黑尔的模型不同，它不要求一个道德判断在一个人能够占有的所有人际变更中的每一个位置都被采用。代替的是，公正原则是在一个公平的情况下，会在"初始位置"中被采纳的。

有人注意到了这一公正观点与卢梭对"普遍意志"和一个假设的"社会契约"的分析有一定的相似性[1]。公正原则可被认为是在"初始位置"合作对策的解。然而，罗尔斯的方法本质上与纳什(1950，1953)、莱依法(1953)以及布雷思韦特(1955)的不同。他的"公平性"和"公正"观念，不是关于给定人与人之间的不平等(如经济富有，政治权力和类似的偶然事件)在实际情形下交易问题的合作解，而是在一个平等的原始状态下的合作解。所以，我们对前者有关公平性和公正解释的保留意见(见第8和第8*章)不适用于罗尔斯。

如此对公平性建立起一个框架之后，罗尔斯认为在"初始位置"中以下两个公正原则会被选择：(a)"每一个参与一个实践或受它影响的人，有同样的权利在最广泛的程度上享有与之相容的自由，同时每人有相同的自由"；(b)"不平等是武断的，除非有理由期望它们会对每一个人都有利，而且与它们有关的地位和职务，或者从中所能得到的利益，对所有人都是开放的"(罗尔斯(1958))。

这些原则的意义并不是完全明显的，但罗尔斯的分析得出的是将情况最差的个体福利极大化(罗尔斯(1963))。第一个原则建议尽量给予每个人自由，只要所有的人享有同样的自由。第二个原则是有关人与人之间的冲突，可以将其解释为要求"调整社会不平等使得情况最差的人的情况最好"，即要将情况最差的个人的福利水

[1] Runciman 和 Sen(1965)给出了 Rousseau 的"普遍意志"和 Rawls 的"初始位置"的一个对策论的解释。

平尽量提高。

当人与人之间的有序比较能给出谁是情况最差的人，最后这一原则是一个有明确定义的准则。这本质上是一个“极大极小”准则，即将个体福利集合中的极小元极大化[1]。罗尔斯的主要焦点是对制度类型的选择，但极大极小原则也可被用来根据个体序去排社会状态序。对任意社会状态，我们可以按照个体的福利将个体排序并选出情况最差的个体。将他的福利水平记录下来与在另外一个社会状态中情况最差的个体的福利进行比较。只要每一个个体有一完全的序和存在一个对不同个体的情况排序的方法，即作出人与人之间福利水平的比较，我们就可以得到一个完全的社会序。

这个极大极小过程是阿罗意义下的一个 SWF 吗？不是的，因为阿罗的 SWF 是在给定一组个体序上确定一个且仅一个社会序的函数。假如每一个个体序不变，但个体 i（原先在社会状态 x 中情况最差的人）的福利水平对于每个方案都提高了，使得他不再是状态 x 中情况最差的人。现在，基于一个不同个体的福利，涉及 x 的社会序可以是不同的了。SWF 是不允许这样的。

也可以从另一角度来看他们的区别。一个 SWF，或者更广义地一个 CCR，是根据实际社会状态的个体序集合来给出一个社会偏好关系的。而要作罗尔斯型的比较，需要的不仅仅是从一个人自己的位置来看社会状态的序，而是包括人与人之间变更的社会状态排序。个体 i 在状态 x 的福利水平要高于个体 j 在状态 y 的福利水平可以被解释为：宁愿在状态 x 下做 i 那样的人，不愿在状态 y 下做 j 那样的人。若存在 m 个状态和 n 个个体，涉及到的是对 mn

[1] 在运用 Rawls 的公正准则中，事实上，哪怕仅在序数的意义上，个人福利的可测性并不是必须的。此准则可以用序来表示（第 9* 章），对它的讨论完全不用涉及福利测度。

个方案的一个排序 $\tilde{R}$。给定这样的序 $\tilde{R}$，马上可以得到 m 个社会状态的罗尔斯极大极小序[1]。另一方面，一个 CCR（或一个 SWF）会使社会序依赖于每一个定义在 m 个社会状态上的 n 个序。一个 CCR 因此是 n 个基于 m 元的序，而一个罗尔斯极大极小选择机制是基于一个 mn 元的序。

这一在 mn 位置上的扩展序可以反映一个个体的评价，或甚至可以反映所有人一致的观点。这里对全体一致性的假设并不荒谬，因为每个人在对位置排序时会注意到在状态 x 下成为个人 i 不仅仅是具有 i 的社会位置，而且还有他的完全的主观特征[2]。然而，不同的人还是可以有不同的判断，并且若他们有不同的判断，则与 CCR 或 SWF 所面临的相似问题在这里也会出现。目前，我们假设"位置"序具全体一致性，或假设所有的运作是由某个始终如一的观察者所做的。

但是作为一个社会决定规则，极大极小准则有多大的吸引力呢？作为一个正规的准则，它是有些问题的，以下这些可能是重要的：

（1）虽然它满足帕莱托原则的弱的形式（条件 P），它有可能违反它的强的形式。考虑情况 x 和 y，以及两个个体 A 和 B 的如下的福利水平：

	A 的福利	B 的福利
状态 x	10	1
状态 y	20	1

[1] 严格地来说不必是一个序，因为可以对非最差情况的位置用任意方法作排列，而且还不一定要对它们作相互排列。

[2] 不要混淆这里位置序的一致性和 Hare 模型中对社会状态判断的等同性。给定一位置序，基于一个人的位置，他还可以有不同的选择。

极大极小规则将使 x 与 y 无差异，而 y 帕莱托优于 x。因为不平等的增加不是对“每一个人有利”，而且情况最差的个体在 y 下不比在 x 下好，社会认为 y 并不优于 x [1]。

(2) 极大极小规则不能充分反映我们对于不平等的价值观，由于仅对最差的个体或最差的社团的福利的考虑掩盖了其他有关平等的问题。考虑以下的不同状态：

	A 的福利	B 的福利	C 的福利
状态 x	100	80	60
状态 y	100	61	61

极大极小规则指出 y 优于 x。然而，虽然 B 与 C 之间的差异减小了，A 与 B 之间的差异却增大了。不存在对一组人的不平等的简单的度量方法，并且我们的价值观往往太复杂，而不能被如“使最差者最好”这样一个简单规则来反映。

虽然这一批评是有道理的，它的重要性并不那么明显。若制度的特征使得平均与最小之间差异的缩小只可能由对用其他指标衡量的不平等的缩小来实现的话，就不必为此问题多虑。这一类判断一般是非基本的，而事实背景则是重要的。罗尔斯的论点是基于一特定的制度框架，在评估它的准则的有效性时我们必须

[1] 对一个 n 个人的社团，我们可以用以下的方法定义一个字典序来避免这一问题，同时也不失去极大极小规则的实质：

(1) 使情况最差的个人福利极大化。

(2) 在情况最差的个人福利水平相等时，使情况第二最差的个人福利极大化。

……

(n) 在情况最差的人，第 2 最差的人，……，第 $n-1$ 最差的人的福利水平都相等时，使情况最好人的福利极大化。

在此例子中，根据这一规则，y 显然是优于 x 的。我们可称此为字典极大极小规则。

要牢记这一点。然而,这个困难在一般社会状态之间的选择(我们的问题)中,可能要比在特定制度之间的选择(罗尔斯注意的焦点)中更严重。

(3) 由于它的纯序数性质,极大极小准则对得和失的程度是不敏感的。从社会的观点来看,情况最差的人的微小得益被其他人巨大(不管我们假设它是多大)的得益所替代这种情形在这里是没有的,这里没有权衡。

(4) 对于罗尔斯,极大极小规则的正当性在于它与"公平性"原则的关系,在此意义上,以上的争论可能是无关的。毫无疑问,"公平性"的要求是十分吸引人的。若在完全不知道他们个人属性的情况下,人们选择一个系统,则它肯定满足我们道德系统中的一个重要的价值观。"公平性"这一概念和极大极小规则的两个"公正"原则之间的联系在于,对在一个"公平"的协议中此两个原则会被选择这一信念。这个论点能被接受吗?

对于这类问题,不确定性情况下的决策理论不能给予非常肯定的结论。显然,从一个悲观占优势的前景下只能采用极大极小规则。罗尔斯(1967, 1968)也给出了其他的论点。此规则是清晰的,相对来说也是容易处理的。与功利主义不同,它是不会不顾效用在个体上的分配的。在对制度选择的应用上,它有助于阻止宗教或其他的迫害,因为害人者的不管多大得益也不能抵消受害者的苦难。罗尔斯论证了极大极小方法在若干制度问题上的好处。不过,事实是罗尔斯的极大极小解是非常特殊的,并且断定它必然在初始位置上被选择并不能令人信服。哪怕舍弃将在下一节讨论的效用期望极大化准则,也还有其他准则必须考虑[1]。赫维茨(Hurwicz,

[1] 对决策准则的一个清晰的介绍,见 Luce 和 Raiffa(1957)第13章和 Raiffa(1968)。

1951)的悲观-乐观指标(极大极小规则是其一个极端情况,相应于悲观程度为 1),经适当推广是一个可探索的方法。从很多决策规则中选择某一特定的规则,即极大极小,在有些时候可能是合适的,但宣称理智个体在"初始位置"之上必然要选择它似乎是一个很强的假设。

我们在此的目的,不是评价罗尔斯对于公平性和公正概念的很有独创性的和有价值的贡献。他主要的兴趣不是在于对社会状态的排序——这是我们关心的问题,而是寻找公正的制度,这是一个不完全相同的问题。罗尔斯对后者的方法与前一问题是有关的,但在此问题上它还不能代表所有的。

最后,值得注意的是罗尔斯的公平性原则要比他的公正原则更为基本,他从前者导出后者。接受罗尔斯的公平性准则而不完全接受他所说的公正是可能的[1]。确实,如罗尔斯提出的依据一个假想的不确定性观念来道德地提议一个集体选择机制的想法是值得考虑的。

§9.3 客观性和期望效用极大化

哈桑依(1955)考虑了每一个体的两个偏好集,他们的"主观偏

[1] 以下是一个对 Rawls 和其他人的公平性准则的半幽默半严肃的异议:为什么仅限于把一个人放在其他人的位置上,而不包括其他动物?生物上的区别是如此明显的吗?这种攻击没有领会 Rawls 是对我们的价值系统中似乎存在的公平性想法加以具体化,而不是在某生物对称性概念上凭空地造出一个公平性的规则。有革命要求平等对待人类的,但没有同样要求平等地对待动物。"处于他的位置"具有"处于它的位置"所没有的在道德辩论中的相关性。如有时被宣称的,我们的道德系统有一个生物的起源,但这里相关的是这些道德系统的适用而不是根据某生物逻辑对它们的创造。所以,异议的幽默的这一半比严肃的一半更为有趣。

好"是他们"实际上"的偏好[1]，而他们的"伦理偏好"必须满足"客观性"特征

> 一个个体偏好满足此客观性条件，若他们表示了在选择他所选取的社会状态时，他不知道他在新的社会状态下他个人将会处于什么样的位置，但他有同样的机会在新的状态下处于从最高到最低的任一个社会位置上[2]。

"客观性"这一概念与前两节中所提到的"普遍性"和"公平性"的概念有密切的关系。黑尔的"普遍性"是这三个条件中要求最高的。要满足它，一个人不管处于任何人的位置，都必须有同样的判断。罗尔斯的"公平性"要求在"初始位置"上不知道自己所处的位置作出决定。哈桑依的"客观性"要求在相同概率的假设下作出决定。罗尔斯和哈桑依的概念有很大的相似性，若"不充足理由原则"被用来将罗尔斯的"无知"转化为哈桑依的"相同概率"，则就更相似了。罗尔斯拒绝了这一方法，而选择了非概率的极大极小准则。然而，哈桑依直接用假想的相同概率定义了他的"客观性"，同时更进一步假设个体会满足冯·诺伊曼-摩根斯顿(或马尔沙克)的在有风险情况下具有理智行为的假设(假设的阐述见第7章)。因此，伦理偏好是由期望效用的极大化来决定的，并且在相同概率的假设下，这就完全归结成所有效用和的极大化，所以，"客观性"维护了功利主义，而相关的效用是冯·诺伊曼-摩根斯顿型的，由此使得我们在第7章中所讨论的基数化问题变得容易了。

除了这个关于伦理偏好的直接方法之外，哈桑依也对社会选择

---

〔1〕当然，这些个人效用函数不排除个人之间效用的相互依赖性。阿罗称之为"价值"，而不是"情趣"(Arrow(1963)，p. 18；Harsanyi(1955)，p. 315)。

〔2〕Harsanyi(1955)，p. 316，也见 Vickrey(1945)，p. 329，以及见 Harsanyi(1953)，Leibenstein(1965)和 Pattanaik(1968a)。

问题作了更广泛的探索。他证明了以下定理：若社会偏好和所有个体偏好都满足马尔沙克（或冯·诺伊曼—摩根斯顿）假设，同时每个人无差异意味着社会无差异，则社会福利必定是个体效用的加权和〔1〕。有不同的方法运用这一定理（见帕塔奈克（1968））。哈桑依把"一个特定个体的社会福利函数"作为社会偏好〔2〕，这给他的"伦理偏好"概念提供了一个背景，而在这个意义上它是"社会偏好"的一种。在相同概率假设下，伦理偏好是用不加权（或平均加权）的效用和的社会偏好。

这个客观性检验是否令人满意呢？看来有下面这些严重的困难。

（1）考虑一个有 99 个自由人和 1 个奴隶组成的奴隶社会。奴隶为自由人的方便服务，同时给自己带来很大的不便。假如给予同样的机会使每个人可以处于其他任何个人的位置，有人可能愿意冒 1% 的风险成为奴隶，因为 99% 的机会成为一个自由人让一个奴隶来服侍可能激起他的兴趣。从道德上讲，是否可以赞成一个奴隶制社会？很多人不会接受这一建议。

顺便指出，在此情形下罗尔斯的"公正"模型给出的判断往往与"客观性"得出的不同。因为极大极小概念仅考虑最差个体的福利，运用它不会出现这类问题。类似地，要运用黑尔的"普遍性"宣称奴隶制或种族隔离是"公正"的，必须要有比这一检验更高的要求。作出判断的人，不仅仅要在客观性的相等概率假设下保持这一判断，还要设想他自己（肯定的）处于那个社会情况中的每一个位置的时候也同样保持这一判断。

（2）现在考虑另外一个问题。设 x 和 y 代表两个不同的社会

〔1〕 Harsanyi 中的定理 V(1955)，p. 314。也见 Fleming(1952)。
〔2〕 Harsanyi(1955)，p. 315。

状态，下面给出两个人的福利情况：

	A的福利	B的福利
状态 x	1	0
状态 y	1/2	1/2

从期望效用来说，因为 x 和 y 的期望值都是 1/2，客观性的假设会认为 x 和 y 无差异。它们是同样吸引人的吗？若某人认为平等本身有价值（而不是出于平等使个体的总福利极大化）[1]，他会无条件地认为状态 y 优于 x。看来在社会选择中，我们关心的不仅仅是其客观性的福利的数学期望，我们也关心福利在个体上的具体分布。

在一个有趣的和重要的评注中，戴蒙德（1967）认为"强独立性假设"（或"确保性原则"；见§7.3）是在哈桑依的社会偏好框架中引起麻烦的一方[2]。这一假设是包含在哈桑依所接受的马尔沙克的一组假设之中。

	概率 0.5	概率 0.5
博彩Ⅰ	$U_A=1, U_B=0$	$U_A=0, U_B=1$
博彩Ⅱ	$U_A=1, U_B=0$	$U_A=1, U_B=0$

戴蒙德考虑了由两个个体（A 和 B）和两个不同的"博彩"（Ⅰ和Ⅱ）构成的情形。若选择Ⅱ，个体 A 就一定会得到 1 个单位效用，而 B 则得到 0。在Ⅰ的情形下，A 得到一个单位效用和 B 得到 0 的概率均为 0.5，同时 B 得到一个单位效用和 A 得到 0 的概率也是 0.5。

〔1〕注意，表中的单位是个体福利，而不是收入或产值。

〔2〕也见 Strotz(1958，1961)，以及 Fisher 和 Rothenberg(1962，1962)。

从总效用期望极大化来看，Ⅰ和Ⅱ一样好，因为它们的总期望值都是1。似乎应该对Ⅰ和Ⅱ的第2个奖无差异，因为它们除了名称标号A和B的替换之外是一样的。但两个博彩的第1个奖是一样的，这样"确保性原则"(或"强独立性假设")会使得我们对Ⅰ和Ⅱ无差异。但博彩Ⅱ似乎对个体B很不公平，而博彩Ⅰ则"给了B一个公平的机会"。因此，戴蒙德反对将"确保性原则"用于社会选择。

应当指出，戴蒙德的推论完全依赖于个体的福利水平(因此"初始点"也)是可比的。哈桑依的或任何总福利模型都不需要此假设。假如我们在个体B的福利函数上加上1，而保持A的福利函数不变，在效用空间中两个博彩就被转换成如下：

	概　率　0.5	概　率　0.5
博彩Ⅰ	$U_A=1, U_B=1$	$U_A=0, U_B=2$
博彩Ⅱ	$U_A=1, U_B=1$	$U_A=1, U_B=1$

根据戴蒙德认为Ⅰ优于Ⅱ的同样理由("一个公平机会")，现在容易建造一个支持Ⅱ而反对Ⅰ的理由。这只须通过对一个个体福利函数的初始点加以改变，而总福利的排序完全没有改变。显然，在这个问题上，哈桑依需要的可比性类型没有戴蒙德需要来批评哈桑依的那么强。由于哈桑依和戴蒙德都没有明确地给出人与人之间的可比性假设，因而很难评价这个争议。用我们的术语(第7和7*章)，哈桑依在他的汇集中需要"单位可比性"，而戴蒙德则需要"全部可比性"来达到目的。

即使假设了全部可比性，也可以问强独立性假设是否真的有问题。可以争辩，就每一次博彩来说，开彩后的结果总归是一个人得到一个单位的效用，另一个人得到零效用。因此，从实际的效用分布上而不是从预期的效用分布上来讲，彩Ⅰ并不比彩Ⅱ更平等(因

此也没有更吸引人处)。由于最终的结果是一个 1-0 分布,博彩的过程还有什么关系呢?这也是一个可被采纳的观点,虽然有人认为有了中间过程的随机化会使之更公平[1]。

不管我们接受强独立性与否,期望效用极大化的吸引人之处是有疑问的。在第(151)页上方的表格所给出的例子,适用于一般期望效用极大化。若假设全部可比性,选择(1/2, 1/2)而不是(1, 0)的理由是很强的。功利主义的,特别是哈桑依的这一准则,一般会认为两者是无差异的,极大极小规则会选择平等的分配[2]。因为单位可比性在不影响功利主义和哈桑依准则下排除了对效用分布的平均作任何考虑,所以关键在于可比性。

应该注意到,正如我们在第 7 和 7* 章中引进的单位的"部分可比性",我们也可以运用不同人的效用初始点的部分可比性(不管有基数否,更广义地是福利的绝对水平)。正规的框架与单位的部分可比性框架相同,我们不在此详述了。有兴趣的读者可以自己进行尝试。

将极大极小准则和功利主义原则的正规条件作比较是令人感兴趣的。前者要求福利水平的可比性,而后者无此要求。另一方面,后者只有在有基数性和单位可比性的假设下才能确保在任何可能的情况下得到社会序,而极大极小准则在序数性情况下和即使没有任何数字可表示的有序情况下都有效。当然,这些技术上的考虑在伦理上并不具决定性,但它们无疑是有关的。若我们可以比较不同人的福利差别而不是水平,功利主义可能会受到热情接受。另一

---

[1] 在 1968 年秋,Arrow,Rawls 和我一起在哈佛主办的一个讨论班中,在这一问题上参与者(30 人左右)差不多是一半对一半。

[2] 由于这是两个人的情况,我们在上一节中所讨论的有关 Rawls 的相当极端的准则的某些困难不会出现。

方面，若我们不能比较单位或能够比较水平，则热情程度就会降低了。在我们为社会判断评估这些准则时，我们可能比考虑常作的人与人之间的比较类型更容易犯错误。

§9.4 公正评分原则

分别给定它们的可测性和可比性假设，极大极小准则和效用原则都能给出完全的社会序，而苏佩斯（1966）的“评分原则”模型只能给出偏序。根据评分原则，苏佩斯设计了两人对策中行为的伦理规则。给定自然状态和两个人所选择的决定或行为，可以找出各自的后果集。设 S 为自然状态集，D_1 和 D_2 分别为两个人的决定或可采纳的行为集，同时 C_1 和 C_2 分别为两个人的后果集。苏佩斯的“社会决定函数”[1]对 S, D_1, D_2 的每一组合给出了 C_1 和 C_2 的值。目的是找出在它们两个上面的后果对的一个偏序。

在某个两人决策情况中，设$(x, 1)$和$(x, 2)$分别是两个个体 A 和 B 的后果。设$(y, 1)$和$(y, 2)$分别是要与之比较的另一情况的两个后果。我们要用“扩展同情”对 x 和 y 进行比较。若个体 A 认为$(x, 1)$至少与$(y, 1)$一样好，个体 B 认为$(x, 2)$至少与$(y, 2)$一样好，同时至少他们中之一认为 x 对应的分量严格优于 y 的，则我们知道 x 帕莱托优于 y。然而，更公正的排序，是分别对每一个个体用他自己的兴趣来排的。方法的本质是，利用个体在个体后果集上的序，即在$(x, 1)$，$(x, 2)$，$(y, 1)$，$(y, 2)$等上，得到在社会状态集上的所要求的公正关系，即在 x，y 等上。若个体 A 认为$(x, 1)$优于$(y, 1)$，同时认为$(x, 2)$至少与$(y, 2)$一样好，则他判断 x 比 y 更公正。若他认为$(x, 2)$优于$(y, 2)$同时$(x, 1)$至少与$(y, 1)$一样

---

[1] 不要与本书中所定义的 SDF（见定义 4*.1）混淆。

好，他会作出同样的判断。

至此，这只是一个在个体自己的偏好上的帕莱托式的判断。但现在，他可将实际的人与人之间后果的分配颠倒过来。假设他认为不满足上面的要求，而满足下面的。他认为$(x, 1)$严格优于$(y, 2)$，同时$(x, 2)$至少与$(y, 1)$一样好。也即他认为他自己在情况x要优于个体B在情况y，同时他认为个体B在情况x与他自己在情况y至少一样好。他也许同样会认为x比y要更公正。完全类似，若他认为$(x, 2)$严格优于$(y, 1)$和$(x, 1)$至少与$(y, 2)$一样好，他也许也会认为x比y更公正。

前两段所描述的条件，表示了苏佩斯对每个个体的"公正评分原则"的基础：在后果对上定义一个严格偏序。由于比较原则看来新异和令人感到陌生（归功于苏佩斯的独创性），似乎有些难度，可以将条件稍微变动（将其减弱）成要求对两个比较都有严格偏好。苏佩斯规则称根据个体i，x比y更公正，若(a)他认为他本身在x要优于在y，同时也认为另一个体在x状态要优于在y状态，或(b)他认为他在x优于另一个体在y，及认为另一个体在x优于他自己在y。总之，不论保持或颠倒原来的位置，从他的偏好序来说x要胜于y。

苏佩斯证明了"更公正"这一排序关系在后果对集合上定义了一个严格偏序，即此关系是"非对称的"和"传递的"。进而苏佩斯运用基于公正评分原则的三个定义，描述了伦理行为的两个规则。对一个个体i的一个公正-可接受元[1]是一后果对，根据那个个体的偏好序，它至少与任何一可行的后果对一样公正。一个公正点是一个会导致一个公正-可接受元的策略集合，其中每个参与者有一个策略。对一个参与者的一个公正-饱和策略，是一个使得不管其他

[1] Suppes称它为"(J_i)可接受元。"

参与者在两人对策中采取何种策略，结果都是一个公正点的策略。

根据这些定义，苏佩斯提议了两个作为公正行为的规则：

Ⅰ 若两个个体的公正评分原则产生同样的严格偏序，同时存在一个唯一的公正点，则应选择属于此点的策略。

Ⅱ 若任一参与者的公正-饱和策略集是非空的，他应从中选择。

这些行为规则仅在由苏佩斯所定义的公正的评分原则有意义的情况有意义，然而由于这些行为规则在某种程度上是任意的[1]，反之不一定正确。后面，我们将主要考虑与我们关心的集体选择规划更接近的打分原则本身的优点。

苏佩斯的公正评分原则的一个优点在于，在某种解释上[2]，即使在人际之间可交换性方面，它似乎满足由黑尔(1952)，(1963)描述的“普遍性”要求。因为比较的规则对于个体位置是对称的，一个人可以诚实地声称，若他认为 x 要比 y 更公正，他的主张与他出于自己位置或出于他人位置是无关的。不管第一种情况是[$(x, 1)$, $(x, 2)$]或[$(x, 2)$, $(x, 1)$]，以及第二种情况是[$(y, 1)$, $(y, 2)$]或[$(y, 2)$, $(y, 1)$]，他们对于两种情况之间的公正的排序是无关的。所以，它似乎通过了一个苛刻的检验。

与哈桑依和罗尔斯的方法不同，苏佩斯的方法的第二个优点是它不要求人与人之间福利的比较。我们不必去比较不同人的福利水平，而所有的比较只是对一给定的个体根据其本身的各种爱好和偏好的排序作出的。此外，不像哈桑依的方法，还不需要个体福利指标的基数化。

[1] 见 Suppes(1966)本人在 pp. 304—305 上给出的例子。它描述了一个公正-饱和策略给出的解看来不如均衡点分析解“平等和公正”。

[2] 然而，对黑尔的另外一个更恰当的解释，在此并不正确。见 p. 158 的注[2]。

对基数化和人与人之间比较的回避是要付出代价的。不像由罗尔斯或哈桑依准则所形成的序，苏佩斯的评分原则产生的序是不完全的。由于不完全的序也能够帮助解决一些有关公正的重要问题，因而这一指责并不很严重。

然而，可以对评分原则本身有非常重要的保留意见。因为所有的比较是出于同一个体的爱好，个人偏好的不同在此原则中没有得到什么反映。现在来看下面的例子：在这里，两个后果对是由两个个体在没有任何外来因素的影响下所喜爱的物品来表示的。为了表示爱好的差别，我们设个体 A 是一个素食主义者，个体 B 是一个肉食主义者，有关的物品是蔬菜和肉类。假设此素食主义者喜欢吃蔬菜而对肉类十分厌恶，同时此肉食主义者喜欢肉类但不喜欢蔬菜。假设可无代价处置，素食主义者对不同数量的肉类是无差异的，而肉食主义者对不同数量的蔬菜也是无差异的。记 x 和 y 为两个不同的结果。

	A 素食主义者	B 肉食主义者
状态 x	肉类 2，蔬菜 0	肉类 0，蔬菜 2
状态 y	肉类 0，蔬菜 1	肉类 1，蔬菜 0

明显地，因为 A 认为 1 单位的蔬菜要比 2 单位的肉类好，同时 B 认为 1 单位的肉类比 2 单位的蔬菜好，y 在帕莱托意义上要优于 x。苏佩斯提出的公正评分原则对此问题是如何判断的呢？很遗憾：两个人都认为 x 比 y 要更公正。素食主义者认为$(x, 2)$优于$(y, 1)$，即认为 2 单位的蔬菜优于 1 单位的蔬菜。同时，他对$(x, 1)$和$(y, 2)$是无差异的，即对 2 单位的肉类和 1 单位的肉类是无差异的。相似地，肉食主义者认为$(x, 1)$优于$(y, 2)$，同时对$(x, 2)$和$(y, 1)$无差异。由此，两个人根据公正评分原则都认为 x 优于 y。

但是在帕来托意义上，y 是优于 x 的。

对在 x 和 y 之间的选择，x 是公正-可接受的，而 y 则不是。很容易构造一个对策，使得 x 对应于一个唯一的公正点，从而在选择策略中得到苏佩斯模型的伦理支持使得 x 被选中。结果看来是极端反常的。问题的根源在于比较过程，根据这一过程，每个个体可以按他自己的爱好为自己同时也为他人来进行比较[1]。与哈桑依和罗尔斯的模型不同，在苏佩斯模型中没有要求当一个人把自己处于另一个人的位置时，也必须具有那个人的主观特征（特别是爱好）。这是麻烦的根源[2]。

然而，很容易去掉这一困难。把自己处于另一人的位置应该不仅仅具有另一人的客观环境，还要使自己拥有此人的主观特征。在第 9* 章中我们称此为同一性公理，它排除了这一困难，但也付出了一定的代价。在此意义上，对$(x, 1)$和$(y, 2)$或对$(x, 2)$和$(y, 1)$的比较是人与人之间的比较。然而，这事实上并不是一很大的损失。从我们前面的讨论中可以相当明显地看到，不引进某种人与人之间可比性，对公正就没有什么有意义的东西可说。要求对苏佩斯评分原则加以改造只不过就是对这一点的认识。

§9.5 评分原则，极大极小准则和功利主义

在第 9* 章中，给出了将苏佩斯的评分原则从它的两人世界推广至 n 人社会。如此推广之后（同时与同一性公理相结合），苏佩斯

---

[1] 参照“不要如希望他人对待你那样来对待他人。他们的爱好可能是不同的”。George Bernard Shaw 的《人与超人》中“革命者格言”中的“黄金教规”，伦敦(1903)。

[2] 因为在黑尔的模型中把自己放在另一人的位置上应该包括另一人的主观特征，事实上苏佩斯准则并没有通过“普遍性”检验。

关系可以被看作是极大极小关系和功利主义的一个关键的基石。如 x 在苏佩斯意义上(加上同一性公理)比 y 更公正,则 x 必定具有比 y 更大的总福利(功利主义关系),同时在 x 的最差个体必定至少不会差于在 y 的任何个体(极大极小关系)(见定理 9*.5 和 9*.7)。

这是一个极其重要的性质。如我们在前面所注意到的,要解决极大极小准则和功利主义的冲突是不易的。每个准则都有某些吸引人的特征和某些不吸引人的特征。在适当的限制下,评分原则似乎抓住了两者间最吸引人的共同处。

然而,因为它仅给出一个偏序,故它是一个不具完全性的准则。实质上,它所作出的主要是把人际之间选择的相对来说无争议部分分离了出来。它使我们在很大程度上超越了帕莱托准则。这在苏佩斯关系的 n 人扩展中特别如此:人际之间可能的排列有 $n!$ 个,即 $n(n-1)(n-2)\cdots1$ 个。在一个两人世界中仅仅只有 2 个排列,但在一个 10 人世界中有 3 628 800 种不同的人际之间的排列。帕莱托关系仅考虑了一个特定的一一对应关系。相比之下,运用扩展的评分原则在一个 10 人社会中存在 3 628 800 种 x 可能比 y 更公正的不同的方法。

因此,评分原则的扩展形式是相当丰富的。虽然它没能给出一个完全的社会序,它却通过运用极大极小准则,功利主义,以及其他一些有关人与人之间可比性的程序所共同具有的因素,即"优劣性"(或向量不等性),从中榨取了尽可能多的精华。

第 9* 章

客观性与集体拟序

§9*.1 公正评分原则

如我们在第9章中所见，公正这一概念与把自己放在另一人位置上这一形式的“扩展同情”是紧密相关的。

定义 9*.1 令(x, i)是处于个体i在社会状态x的位置。

至此，在我们的讨论中，总是在(x, i)、(y, i)等方案的范围内考虑R_i。现在，将也在(x, i)、(y, j)等方案上定义R_i，在此$i \neq j$。把如此一个R_i记作$\tilde{R}_i$，称为扩展个体序。

定义 9*.2 $\tilde{R}_i$是定义在X和H的笛卡儿积上的第i个个体的序，此处X是社会状态集，H是个体集。

引理 9.a 对每一i，R_i定义了$\tilde{R}_i$的一个子关系。

由于xR_iy被定义为$(x, i)\tilde{R}_i(y, i)$，证明是显然的。与$\tilde{R}_i$对应，我们定义$\tilde{P}_i$和$\tilde{I}_i$。

注意到，x帕莱托优于y，即$x\overline{P}y$，当且仅当$\forall i$：$[(x, i)\tilde{R}_i(y, i)]$ & $\exists i$：$[(x, i)\tilde{P}_i(y, i)]$。

苏佩斯(1966)在一个两人情形下，运用扩展同情定义了一个重要的公正准则。在此我们提出苏佩斯模型的一个n人扩展。它包括了个体集H到H本身的一个一一对应关系，使得$k = \rho(j)$是人

j 到人 k 的映射。设所有 H 与 H 之间的如此一一对应关系的集合为 T。现在，定义 xJ_iy 为"根据个体 i，x 比 y 更公正"。

定义 9*.3 对 X 中的所有对 (x, y)，

$$xJ_iy \leftrightarrow \exists \rho \in T: [\{\forall j: (x, j)\tilde{R}_i(y, \rho(j))\}$$
$$\& \{\exists j: (x, j)\tilde{P}_i(y, \rho(j))\}]。$$

根据个体 i，x 比 y 更公正，若存在从个体集到它本身的一个一一变换，使得他宁愿处于 x 中的某人位置，而不是此人在 y 中的位置，同时宁愿处于每个人在 x 中的位置，而不是相应个体在 y 中的位置，或者对每个人在 x 中的位置和相应个体在 y 中的位置无差异。

苏佩斯证明了(他的定理 2)在他考虑的两人情形中，J_i 是在可能的社会状态上的一个严格偏序。以下将此结果推广至 n 人的情形[1]。

定理 9*.1 对于扩展个体序($\tilde{R}_i$)的每一个逻辑上可能的集合，每一个 J_i 是 X 上的一个严格偏序，即 J_i 是非对称的和传递的。

证明 对任意的 x，y，$z \in X$ 和对任意的 $i \in H$，

$$xJ_iy \& yJ_iz$$
$$\rightarrow \exists \rho, \mu \in T: [\{\forall j: (x, j)\tilde{R}_i(y, \rho(j))\}$$
$$\& \{\exists j: (x, j)\tilde{P}_i(y, \rho(j))\}$$
$$\& \{\forall k: (y, k)\tilde{R}_i(z, \mu(k))\}]$$
$$\rightarrow [\{\forall j: (x, j)\tilde{R}_i(z, \pi(j))\}$$
$$\& \{\exists j: (x, j)\tilde{P}_i(z, \pi(j))\}]，$$

其中 $\pi(j) = \mu(\rho(j))$。因为 π 也是 H 和 H 之间的一个一一对应关系，即 $\pi \in T$，我们得到 xJ_iz。这证明了传递性。

[1] 然而，我们不能运用 Suppes 的证明方法，因为他从考虑所有可能的情形证明了结果。这个方法在两人情况下是可行的，但对一般的 n 人情况就不行了。

现在，用反证法证明非对称性。假设对某 $x, y \in X$ 有 $xJ_iy \& yJ_ix$，则在 T 中存在 ρ 和 μ 使得

$$\forall j: (x, j)\, \tilde{R}_i\, (y, \rho(j)), \tag{1}$$

$$\& \forall k: (y, k)\, \tilde{R}_i\, (x, \mu(k)), \tag{2}$$

$$\& \exists j: (x, j)\, \tilde{P}_i\, (y, \rho(j))。 \tag{3}$$

不失一般性，设使(3)式成立的某一特定个体 j 为 1，从(2)和(3)式，对 $\pi(j) = \mu(\rho(j))$，我们有

$$(x, 1)\, \tilde{P}_i\, (x, \pi(1))。 \tag{4}$$

显然，$\pi(1) = 1$ 是不可能的。不失一般性，设 $\pi(1)$ 为个体 2。

从(1)和(2)式，我们得到

$$(x, 2)\, \tilde{R}_i\, (x, \pi(2))。 \tag{5}$$

因为 $\pi(1) = 2$，同时 π 是一个一一对应关系，显然 $\pi(2) = 2$ 是不可能的。$\pi(2) = 1$ 也是不可能的，因为反之(4)和(5)式就有矛盾。设 $\pi(2) = 3$。

如此对不同的个体 3，4，5，…，n，我们得到

$$\begin{gathered}(x, 3)\, \tilde{R}_i\, (x, 4), \\ \vdots \\ (x, n-1)\, \tilde{R}_i\, (x, n)。\end{gathered} \tag{6}$$

从(4)，(5)和(6)式得出

$$(x, 1)\, \tilde{P}_i\, (x, n)。 \tag{7}$$

从(1)和(2)式，我们知道

$$(x, n)\, \tilde{R}_i\, (x, \pi(n))。 \tag{8}$$

但因 π 是一个一一对应关系，而且 $\pi(n)$ 不能是 2, 3, …, n，我们必须有 $\pi(n)=1$。由此，(7)和(8)式矛盾，即我们起初的假设是不对的，从而 J_i 是非对称的。证明结束。

因此，苏佩斯的公正关系 J_i 是一个严格偏序，即如苏佩斯所定义的(反对称的和传递的)一个"评分原则"。但它不是第 2* 章中所定义的集体选择规则，因为 J_i 不仅仅依赖于 R_i 的集合而且还依赖于 $\tilde{R}_i$ 的集合，在此每一 R_i 仅是 $\tilde{R}_i$ 的一个子关系。在下一节中我们更广义地重新定义一个集体选择规则。

§9*.2 苏佩斯和帕莱托

定义 9*.4 一个广义集体选择规则(以后称为 GCCR)是一个泛函关系，对个体序的任意 n 元($\tilde{R}_1$, …, $\tilde{R}_n$)，其中每一个 $\tilde{R}_i$ 是 X 和 H 的积上的一个序，它在社会状态集 X 上给出了一个且仅一个社会偏好关系 R。

在这里推广到 n 人情形的苏佩斯的评分原则，是一 GCCR 的集合。事实上，它基于一个且仅一个 $\tilde{R}_i$ 采取了决定 $R=J_i$ 的一特别的形式，于是当有 n 个个体时，存在 n 个这样的可供选择的原则。

然而，下面的结果是令人困惑的：

定理 9*.2 当个体人数是 2 或更多时，对个体偏好 $\tilde{R}_1$, …, $\tilde{R}_n$ 的某逻辑上可能的集合，弱的严格帕莱托关系 $\overline{P}$ 与每个 J_i ($i=1, \cdots, n$) 是不相容的。

证明 设个体为 1, …, n。考虑 $\mu\in T$，使得对 $j<n$ 有 $\mu(j)=j+1$ 和 $\mu(n)=1$。

关于某一对 $x, y\in X$，对所有的 j 考虑每一个人 i 的偏好排序：

$$(x, \mu(j))\ \tilde{P}_i(x, j), \tag{9}$$

$$(y, i)\ \tilde{P}_i(x, i)。 \tag{10}$$

把 μ 的反函数记作 μ^{-1}，对所有的 i 我们从(9)和(10)式得到：

$$[(x, \mu(i))\ \tilde{P}_i(y, i)]\ \&\ [(y, i)\ \tilde{P}_i(x, i)]$$
$$\&\ [(x, i)\ \tilde{P}_i(y, \mu^{-1}(i))]。 \tag{11}$$

对于社会中不止一个个体的情形，即 $n>1$ 时，所定义的 $\mu(i)$ 与 i 不同，而且 i 与 $\mu^{-1}(i)$ 也不同，因此(9)和(10)式之间无矛盾。对每一个 $\tilde{R}_i$，(9)式定义了 n 个无相同元素的有序对，并且同(10)式一起我们得到一个四元素的严格序，即(11)式所给出的。

我们取任一个与(9)和(10)式相容的 $(\tilde{R}_i)$ 的集合。对每一个 i，从(9)式立即得到 xJ_iy。由(10)式显然有 $y\,\overline{P}x$。定理得到证明[1]。

直接得到如下推论。

推论 9*.2.1 当个体人数是 2 或更多时，对个体偏好 $\tilde{R}_1, \cdots, \tilde{R}_n$ 的某逻辑上可能的集合，严格帕莱托关系 $\overline{P}$ 与每个 $J_i (i=1, \cdots, n)$ 是不相容的。

这由 $\forall x, y \in X: x\overline{\overline{P}}y \rightarrow x\overline{P}y$ 得到。因为评分原则可能与弱的帕莱托原则矛盾，故当然与强帕莱托原则矛盾。

§9*.3 同一性公理和评分原则

帕莱托拟序和公正的严格偏序的不相容问题，可以通过在个体

---

[1] 在两个人情形的一个简单例子是 $[\{(x, 2)P_1(y, 1)\}\ \&\ [(y, 1)P_1(x, 1)]\ \&\ \{(x, 1)P_1(y, 2)\}]$ 和 $[\{(x, 1)P_2(y, 2)\}\ \&\ \{(y, 2)P_2(x, 2)\}\ \&\ \{(x, 2)P_2(y, 1)\}]$，其中 $xJ_iy(i=1, 2)$，但 $y\overline{P}x$。

扩展偏好$\tilde{R}_i$上加上特定的限制来解决。在第 9 章中讨论过的同一性公理可以用来解决这个问题，而且它作为扩展同情的一个重要部分，在伦理根据上也是有道理的。

公理 9*.1 同一性：$\forall x, y \in X$,

$$[\forall i: \{(x, i)\ \tilde{R}_i (y, i) \leftrightarrow \forall j: (x, i)\ \tilde{R}_j (y, i)\}]。$$

每一个个体 j 处身于个体 i 的位置时，会具有 i 的爱好和偏好。

定理 9*.3 在同一性公理下，对于每一人 i，$\overline{P}$ 与 J_i 是相容的，而且进一步有 $\forall x, y \in X$：$[x\overline{P}y \rightarrow xJ_iy]$。

证明 对任意的 $x, y \in X$,

$$\begin{aligned} x\overline{P}y &\rightarrow [\{\forall i: (x, i)\ \tilde{R}_i (y, i)\}\ \&\ \{\exists i (x, i)\ \tilde{P}_i (y, i)\}] \\ &\rightarrow \forall i: [\forall j: (x, j)\ \tilde{R}_i (y, j)\}\ \&\ \{\exists j: (x, j)\ \tilde{P}_i (y, j)\} \\ &\rightarrow \forall i: xJ_iy。\end{aligned}$$

一个更强的假设是如下的完全同一性公理：

公理 9*.2 完全同一性：$\forall i, j$: $\tilde{R}_i = \tilde{R}_j$。

在完全同一性公理下，显然对所有个体 i, j，有 $J_i = J_j$。在完全同一性公理下，我们可以不用下标直接写作 R 和 J，因为下标在此已无意义。

§9*.4 公正极大极小关系

在此，可将罗尔斯(1958, 1963, 1967)提出的公正准则规范化。虽然罗尔斯谈到福利尺度并且找出极大极小值(见第 9 章)，他的准则可以仅由序足够广泛地来表示。这里我们用$\tilde{R}$表示，它可被认为是某一特定个体 i 的扩展序省略了下标，或者被认为是完全同一性公理下所有 i 的$\tilde{R}_i$。在前一种解释下，罗尔斯的关系反映了一个特

定个体对公正的判断．而在后者，它反映了每一个人对公正的判断。记公正极大极小关系为 M。

定义 9*.5 对 X 中的所有对 (x, y)：

$$xMy \leftrightarrow [\exists k: \{\forall i: (x, i)\tilde{R}(y, k)\}]。$$

若在社会状态 x 中任何人的状态不比个体 k 在状态 y 中更差，则 x 至少与 y 一样公正。

定理 9*.4 若 $\tilde{R}$ 是定义在 X 和 H 的整个积上的，则公正极大极小关系 M 在社会状态集 X 上定义了一个序。

证明 显然，M 具自反性。它具传递性，因为

$$\begin{aligned}\forall x, y, z \in X: xMy \,\&\, yMz \\ &\rightarrow ([\exists k: \{\forall i: (x, i)\tilde{R}(y, k)\}] \\ &\quad \& [\exists j: \{\forall i: (y, i)\tilde{R}(z, j)\}] \\ &\rightarrow [\exists j: \{\forall i: (x, i)\tilde{R}(z, j)\}] \\ &\rightarrow xMz。\end{aligned}$$

最后，用反证法证明 M 的完全性。假设对某 $x, y \in X$ 有 $\sim(xMy) \,\&\, \sim(yMx)$，显然

$$\sim [\exists k: \{\forall i: (x, i)\tilde{R}(y, k)\}] \,\&\, \sim [\exists j: (y, i)\tilde{R}(x, j)]。$$

这意味着集合 $[(x, i) \cup (y, j)]$ $(i = 1, \cdots, n; j = 1, \cdots, n)$ 关于 $\tilde{R}$ 没有最小（"最差"）元。但这是不可能的，因为此集合是有限的，而且 $\tilde{R}$ 是一个序[1]。

对于任意给定的 $\tilde{R}$，苏佩斯的公正关系 J 蕴涵罗尔斯的公正关系 M，但反之不成立。

定理 9*.5 对任意给定的 $\tilde{R}$ 和 X 中的所有 x, y：$xJy \rightarrow$

[1] 见引理 1*.。证明一个最小元的存在与一个最好元的存在的方法完全相同。

xMy，但反之不成立。

证明

$$\begin{aligned} xJy &\rightarrow \exists \rho \in T: [\forall j: (x, j)\tilde{R}(y, \rho(j))] \\ &\rightarrow \exists k: [\forall j: (x, j)\tilde{R}(y, k)] \\ &\rightarrow xMy. \end{aligned}$$

验证反方向，在一个两人和两个状态世界中考虑以下的序$\tilde{R}$：$(y, 1)\tilde{P}(x, 1)$、$(x, 1)\tilde{P}(x, 2)$和$(x, 2)\tilde{P}(y, 2)$。显然xMy，但$\sim(xJy)$。

注意，即使在完全同一性公理下，帕莱托关系$\overline{P}$（和苏佩斯关系J）并不意味着罗尔斯的严格偏好关系[1]。

引理 9*.b　即使在完全同一性公理下，$\exists \tilde{R}$：$[(x\overline{P}y)$ & $yMx]$。

证明　考虑X中的一对(x, y)，以及两个个体1和2，使得$(x, 1)\tilde{P}(y, 1)$，$(y, 1)\tilde{R}(x, 2)$和$(x, 2)\tilde{I}(y, 2)$。因为对$i = 1, 2$，$(y, i)\tilde{R}(x, 2)$，我们有yMx，但$x\overline{P}y$。容易将此例推广到任何数目个体的情况。

然而，帕莱托偏好$\overline{\overline{P}}$的严格形式意味着严格的罗尔斯关系。当然，弱帕莱托偏好意味着弱罗尔斯关系。

定理 9*.6　在完全同一性公理下，对X中的所有x、y：

(1) $x\overline{R}y \rightarrow xMy$；并且

(2) $x\overline{\overline{P}}y \rightarrow [xMy$ & $\sim(yMx)]$。

证明　对X中的所有x，y：

$$\begin{aligned} x\overline{R}y &\rightarrow \forall i: (x, i)\tilde{R}_i(y, i) \\ &\rightarrow \exists k: [\forall i: (x, i)\tilde{R}(y, k)] \end{aligned}$$

---

[1] 然而，在 p.146 的注[1]中所定义的字典极大极小规则下，它意味着严格偏好。

$$\rightarrow xMy,$$

因此(1)成立。

$$(yMx) \rightarrow \exists k:[\forall i:(y,i)\tilde{R}(x,k)]$$
$$\rightarrow \exists k:(y,k)\tilde{R}_k(x,k)$$
$$\rightarrow \sim(x\overline{P}y)。$$

由(1),因为 $x\overline{P}y \rightarrow x\bar{R}y$ 和 $x\bar{R}y \rightarrow xMy$,所以(2)成立。

§9*.5 公正和汇集

将公正关系和第7*章中讨论的汇集关系作比较是有益的。为了方便,考虑苏佩斯关系 J 的一个较弱的形式。

定义 9*.6 对 X 中的所有对(x, y):

$$xO_iy \leftrightarrow \exists \rho \in T:[\forall j:(x,j)\tilde{R}_i(y,\rho(j))]。$$

可以验证 xJ_iy 与 xO_iy & $\sim(yO_ix)$ 是等价的。

注意到 xOy 对 xMy 来讲是足够的,并不需 xJy,可把定理9*.5加强。

推论 9*.5.1 对任何给定的$\tilde{R}$,对 X 中的所有 x, y: $xOy \rightarrow xMy$,但反之不然。

证明与定理9*.5的相同。

不给出证明,我们注意到下面的结果:

引理 9*.c 对于扩展个体序$(\tilde{R}_i)$的每一逻辑上可能的集合,每一个 O_i 是在 X 上的一个拟序,即 O_i 是自反的和传递的。

考虑一个对所有 i 和 X 中所有 x 定义的任意一个实值福利函数 $U(x, i)$。

定义 9*.7 对于 X 中所有的 x, y, xAy 即 x 的总福利至少

与 y 的一样大当且仅当

$$\sum_i [U(x, i) - U(y, i)] \geq 0。$$

对任何 U，A 显然是一个序。

现在，我们对任一特定的$\tilde{R}$考虑 A 和 O 之间的关系。

定理 9*.7 若 U 是$\tilde{R}$的一个实值表示，则 O 是 A 的一个子关系。

证明 设 xOy，并且对所有的 j 和某 ρ 有 $(x, j)\tilde{R}(y, \rho(j))$，则 $\sum_i [U(x, i) - U(y, i)] = \sum_j [U(x, j) - U(y, \rho(j))] \geq 0$，因而 xAy。进一步，若 xJy，则对某 j 有 $(x, j)\tilde{P}(y, \rho(j))$，因此 xAy & $\sim(yAx)$。

现在，依据第 7* 章的模型，任何 U 对应于一特定的 $W \in L$，由此 $W_i(x) = U(x, i)$。

推论 9*.7.1 在个人福利的任何可测性和人与人之间可比性的假设下，若每一 $W \in L$ 是$\tilde{R}$的一个实值表示，则 O 是R^a 的一个子关系。

证明 由定理 9*.7 直接得到。

注意不需要有基数性的假设(见第 7*.4 节)。有了严格的序数性，一个给定的$\tilde{R}$代表了序数个体福利水平的一个完全的人与人之间比较。然而，具严格的基数性时，一个特定的$\tilde{R}$可以与代表少于全部可比性的$\bar{L}$共同存在，因为这些人与人之间在初始点和单位上的差别是允许的，它们不影响作为 U 的基础的序。

第 10 章

多数选择与相关系统

§ 10.1 多数决定方法

在所有的集体选择规则中，多数决定方法可能比任何其他方法都得到更多研究的。早在 1770 年，博尔达就曾对投票过程进行了高水平的研究。至 1785 年，孔多塞已经对多数规则的许多分析问题作出了品评。在 19 世纪，对多数决定则引起了更广泛的兴趣，学者们如拉普拉斯（Laplace, 1814）和刘易斯·卡洛尔（即道奇森(1876)）对此都做过研究[1]。

多数规则作为一个系统，被运用在许多类型的集体选择中。容易理解它具有广泛的吸引力。作为一个 CCR，它满足帕莱托原则（条件 P 和 P^*）、无限制定义域（条件 U）、非独裁性（条件 D）、无关方案独立性（条件 I）、中立性（条件 N）、匿名性（条件 A）、正响应性（条件 S），以及其他一些吸引人的条件。确实，如定理 5*1 所指出的，MMD 是满足这些条件的唯一确定的 CCR（事实上是唯一满足条件 U, N, A 和 S 的）。

MMD 的缺陷也是重要的。第一，如在第 3 和第 4 章中所指出的，MMD 会导致非传递性，同时还进一步违反了非循环性。第 3

〔1〕 有关多数决定研究的历史见 Black(1958)和 Riker(1961)。

章中讨论的著名的“投票悖论”是一个相应的简单例子。作为一个 SWF 甚至一个 SDF,它对某些个体偏好的构造是无效的。

第一,它违反条件 L 和 L^*,从而对于个人自由没有什么考虑。如果多数人要我每天早晨倒立两个小时,MMD 会认为这是一个社会偏好的状态,不管我对此艰难的处境如何看待。可以想象存在一些要进行选择的领域,即使多数规则的最热情的支持者也不会推荐 MMD 作为合适的社会决策过程。但若对某些选择运用 MMD,而在其他情况下不运用 MMD,就可能会出现如在第 6 章中所出现的不相容性问题[1]。对于某些选择问题采用一个方法,而对其他问题采用另一个方法会引起严重的相容性问题。当然,MMD 本身就会导致非传递性和违反非循环性,但把它和其他规则一起运用似乎会带来一个新的量纲问题。不过,很多人会情愿运用这样一个混合方法,而不是在每一个社会选择问题上都不折不扣地运用 MMD。

第二,MMD 不考虑偏好的强度,而问题是起作用的不仅是有多少人认为 x 优于 y 和多少人认为 y 优于 x,而且还有各人以多大程度认为某一方案优于另一方案。如第 8 章中指出的,引进基数性而没有人与人之间可比性没有什么用处,但引进某种程度的可比性(不一定很多)则可能能够解决问题。在第 7 章中,在很弱的假设下研究了汇集的过程,功利主义是它的一个特殊情形,同时可以认为此汇集过程是 MMD 的一个有力的竞争者。

最后,除了忽略了偏好的相对强度,MMD 也忽略了不同人福利的绝对水平之间的任何可能的比较。它考虑到了如“我情愿在状态 x 而不是状态 y”这样的判断,但并不考虑如“我情愿作为 A 先生在状态 x 而不是 B 先生在状态 y”这样的判断。从某种观点上看这是一个优点,特别因为在集体选择的实际实践中对后面一类偏好是

〔1〕 事实上,因为 MMD 包含了 Pareto 原则,从定理 6*.1—6*.3 这是显然的。

相当难收集和考虑的。但另一方面，MMD(实际是所有的 CCR，因为基于个体序 R_i 而不是 $\tilde{R}_i$)的这一特性会使它的吸引力减小。在第 9 章中所讨论的融合公平和公正概念的准则，会与 MMD 相抵触。

作为一种制度，MMD 具有在一个交流不完美的世界中有效地运用个体序的优点。在人与人之间的关系上，偏好的强度和有关幸福的度量是很难处理的，尽管我们的价值观可能利用这些概念，但要把它们放在一起并对它们作出处理是不容易的。要判定哪些选择确实是真正私人的和哪些是和其他人有关的，在实际上也是困难的。MMD 忽略所有这些复杂性，是一个务实的方法。具有无关方案独立性、中立性和匿名性的优点，使得它具有一个不复杂制度的形式。虽然有些粗略的不协调，它的简明性、对称性，以及基本逻辑性，似乎对很多人有吸引力。

§10.2 循环多数的概率

多数决定的不相容性问题有多严重呢？没有"多数优胜者"，即不存在一个以多数来压倒方案集中任一别的方案的方案的概率是多少呢？这些是很难回答的问题，但对它们的研究也有一些尝试[1]。吉尔博(Guilbaud, 1952)、赖克(Riker, 1961)、坎贝尔(Campbell)和塔洛克(1965, 1966)、克拉尔(Klahr, 1966)、威廉森和萨金特(1967)、加曼和凯明(Garman and Kamien, 1968)、尼米和韦斯伯格(Niemi and Weisberg, 1968)，以及德迈耶和普洛特(De Meyer and Plott, 1969)等人对此问题曾作了广泛的研究。

在所有这些计算中，必须对每个人具有不同的个体序的概率分

(1) 见 Riker(1961)对多数规则不相容性问题的一个相当好的评论。

布作出假设。一个特别简单而且吸引了很多学者的假设，是所有的序有同样的机会被每一个个体采用[1]。把分析仅限于强序，吉尔博(1952)算出了循环多数的概率仅为 8.77%。加曼和凯明(1968)，以及尼米和韦斯伯格(1968)计算出在各种不同投票人数时不存在多数优胜者的确切概率分布，见表 10.1。此表是基于仅有三个方案，个体具严格偏好和等概率的情况。

表 10.1　关于三个方案无多数优胜者的概率

人　　数	概　　率	人　　数	概　　率
1	0.000 0	17	0.082 7
3	0.055 6	19	0.083 2
5	0.069 4	21	0.083 6
7	0.075 0	23	0.084 0
9	0.078 0	25	0.081 3
11	0.079 8	⋮	⋮
13	0.081 1		
15	0.082 0	∞	0.087 7

注意到出现僵局的概率虽然并不很高，但它是随着个体的人数而增加的。一开始增加得很快，但马上变得非常不敏感了；投票者从 9 个到任意多个，失败的概率增加了不到 1%。总而言之，如吉尔博所注意到，无多数优胜者的机会在 11 次投票中不到 1 次。

然而，失败的概率对于方案的数量是非常敏感的。在表 10.2 中，给出了当个体的人数非常大的时候，在不同方案个数下不存在

(1) Garman 和 Kamien(1968)称此为"无偏见文明"，作为一个含糊的对事实的假设，这个名称有点不太合适。在这个"无偏见文明"中，设定我会在黎明时被杀头和我会活下去两个方案中选择，我偏好任何一个的概率都是一半。我抗议。

多数优胜者的概率。此数据来自尼米和韦斯伯格(1968)。

表 10.2 无多数优胜者概率的极限值

方案数	概　率	方案数	概　率
1	0.000 0	20	0.681 1
2	0.000 0	25	0.729 7
3	0.087 7	30	0.764 8
4	0.175 5	35	0.791 4
5	0.251 3	40	0.812 3
10	0.488 7	45	0.829 2
15	0.608 7		

看来当方案的数量增加时,循环多数的概率将趋于1。

这看来似乎是一个使人沮丧的事实。但实际上并非如此,因为等概率是一个非常特别的假设,它似乎在很大的意义上是对社会的一个否定。基于人们的价值观和他们个人和团体的利益,个体偏好之间会存在很多关联。个体偏好并不是由在所有可能的方案上用转动轮盘赌来决定的,而是由特定的社会、经济、政治和文化的力量来决定的。这很容易使个体偏好集具有某些形式。这些形式并不一定是具有相同偏好的。尖锐的不同观点也可以产生相容的和传递的多数决定。例如,在一个两个阶级的社会中,"阶级斗争"采取的形式是,一个阶级(如资本家)的所有成员具有与另一个阶级(如工人)的每一个成员的偏好完全相反的偏好,不管每个阶级中有多少成员,多数决定方法一定是具传递性的[1]。即使在没有如此尖锐的对比时,也存在避免

[1] Garman和Kamien(1968),p.314称循环多数的概率大于等概率("无偏见文明")的文明是"还可的"。这是误导的,因为两个阶级的对立能够使多数规则具有严格的相容性。

选择不相容性的个体偏好的形式[1]。

对于在可能的序上的任意概率分布（不一定假设等概率），加曼和凯明（1968）以及尼米和韦斯伯格（1968）得到了不存在多数优胜者的概率的一般公式[2]。然而，很难对结果作出解释。概率分布被认为是无区别地适用于所有个体的，但基于社会方案的本质和不同个体的诸如爱好、阶级背景等的差异，个体的概率分布事实上会有很大的不同。对这类概率模型，这些和其他有关对假设的合适选择问题是不容易回答的[3]。

还有一个有关动机和解释的根本的问题。并不完全清楚个体序的概率分布意味着什么。它们是某个知道社会状态和个体，但不知道他们的序的局外观察者的主观概率吗？还是它们是不同类型序在同一社会中不同时期，或在不同的社会中出现的频率？如果我们采纳后一种解释，由于供选方案集随时间和社会改变，那么在什么意义下当方案集上面的序改变时方案集保持不变呢？如果我们采纳前一种解释，则很多会取决于观察者的信息来源和他对于无知和不确定性的态度（例如他对“不充足理由”原则的接受与否）。

一个意义明确和完全相关的问题是：在每一时段，对于现有方案的集合 X，个体的集合 H 和对 H 中的每一个 i 定义在 X 上的个体序集合 (R_i)，在给定它们随时间（从现时到时刻 T 之间）的变化之

---

[1] 我们将在下一节对此进行讨论。有关概率方面，Williamson 和 Sargent(1967) 的方法是重要的，此方法表明了不同个体偏好的微弱的关联会使得具传递性的概率非常高。然而，对微弱的定义依然是有问题的。

[2] 如果 s_i 是一个人会选择序 i 的概率，r_i 是代表选择序 i 的个体人数的一个随机变量，在一个有 m 个个体和 n 个方案的社会中，无多数优胜方案的概率 p 是

$$p=\sum_{r\in R}\binom{m}{r_1, r_2, \cdots, r_m}\prod_{i=1}^{n} s_i^{r_i}。$$

[3] 见 Niemi 和 Weisberg(1968)，p. 318 的脚注 6。也见 Kahr(1966)，p. 385—386。

后，从现时到时刻 T 之间，MMD 不能产生一个多数优胜方案和能产生一个优胜方案各有多少比例？对如此的社会，应该在建议（或拒绝）MMD 之前对此问题得到一个答案，但这不是一个对一给定的个体集合在一给定方案集上给出能用一个概率表述来回答的问题。然而，将这些研究扩展成包括个体、方案以及序的形式随时间（或不同社会）的变化的情形是不容易的，它要求比我们在近期的将来在这一主题上所能预见的要多得多的实践研究。

然而，前面所报道的概率计算，对限于得到一个观察者关于循环多数的主观概率问题来说还是相关的。不应随便地将它否定掉，因为它无疑能使我们对 CCR 容易作出理性的思考，但是不能忘记它的相对局限性。

§10.3 受限制偏好

布莱克（Black，1948）和阿罗（1951）对循环多数问题采取了另一种方法。他们证明了若个体偏好集满足他们称之为"单峰偏好"这一特定的单个峰的模式，则只要个体的人数是单数，不管个体有怎样的序，多数决定必定具有传递性。这个方法运用了偏好的定性形式，而不是一个数字的分布（与概率方法不同）。

单峰性是一个带有一定政治理性的特征。如果个体用某一量纲对方案进行分类（例如，以方案的"激进"程度），同时在两者择一的选择中，选择与自己立场较近的方案，则此个体的偏好形式是单峰的。例如，考虑在 EL（极左），ML（较左），JL（略左），DC（正中），JR（略右），MR（较右）和 ER（极右）中作选择。一个极左分子会排序（依递减序）为：EL，ML，JL，DC，JR，MR，ER。一个极右分子会排序为：ER，MR，JR，DC，JL，ML，EL。一个完全中立分子会以两个链排序，即 DC，JR，MR，ER，以及 DC，JL，ML，EL。类似地，一个略左

分子会有两个链，即 JL，DC，JR，MR，ER，以及 JL，ML，EL，等等。如果投票人数是奇数的话，不管总人数是多少，也不管所有个体在此观点谱上是怎样分布的，多数决定是传递的。

表示单峰可用图形将方案在一个从左到右的水平线上排列，同时将人们的福利水平或效用表示在垂直的轴上。那么，所有的效用曲线就只有单一的一个峰。

虽然这种图象是有帮助的，我们还必须注意以下几点。第一，即使个体偏好不能用效用表示，它们仍然可能是单峰的，因为单峰性是一个序的集合的性质而不是效用函数的性质。第二，很明显，单峰性不要求在水平轴上每一任意选择的方案排列方法会产生各自单峰形式的效用曲线，而只要求存在至少一个排列的方法使得效用曲线是单峰形式的[1]。第三，严格来讲，并不需要所有的方案能够排成一个单峰的样式，而只要求每三个方案组（“三元”）能如此排列。后者是一个较弱的条件，它对此结论是足够的。最后，阿罗(1951)所定义的单峰性在某种情况下允许效用曲线有一个平坦的部分。因此，图形的性质比想像的要复杂。

实际的条件是，若 (x, y, z) 是排列三个方案的正确方法，则任何人认为 x 至少与 y 一样好，必须认为 y 严格好于 z。类似地，任何人认为 z 至少与 y 一样好必须认为 y 优于 x。当然这相当于无论是哪种排法 y 不是最差的，即每一个人认为 y 比另外两个方案之一要好。在其他排列下，即 (y, z, x) 和 (z, x, y)，单峰性分别相应于 z 不是最差的和 x 不是最差的[2]。由此，单峰性相当于一个部分

(1) 事实上，因为单峰形式是不依赖于方向的，存在一个排列意味着至少有两个排列，因为把排列倒转也是可行的。对单峰性和其“展开理论”的分析见 Coombs (1964)，第 9 到 19 章。

(2) 因为 (z, y, x)，(x, z, y) 和 (y, x, z) 的单峰形式分别和所提到的三个排列的单峰形式完全等价，这包括了所有的可能性。

一致的特性，即每一个人同意在三个方案中某个方案不是最差的。

这立即会引出如下问题：在任何人的偏好序中，某方案不是最好或某方案不是中间，行吗？回答是同样能行，广义的“价值限制”条件[1]要求所有的人同意在任何人对三个方案的排列中某个方案不是最好的，或某个方案不是最差的，或某个方案不是中间的。如果价值限制（此后记作 VR）对每三个方案都成立，那末只要投票的人数是奇数的话多数规则就具有传递性。它并不需要对每三个方案都成立相同的 VR 子类。在某三个方案中，某方案可能“不是最好的”，在另三个方案中，某方案可能“不是最差的”，在第 3 个三个方案中，某方案可能“不是中间的”，等等，传递性仍然成立。事实上，还可以将条件减弱。虽然对一个方案三元中所有三个方案无差异的个体违反了价值限制，但也不会对传递性引起大的麻烦。因此，允许对整个方案三元无差异（即“淡漠”个体），只要“关心”个体的人数是奇数即可。

然而，这个对奇数性的要求是使人困惑的和不吸引人的。有人可能认为这并不重要，如果投票人数是偶数就把一个投票者提升为不起作用的主席；但这是不行的，因为社会偏好就会完全取决于给予谁这个没有权的荣誉。这个奇数性的限制是严重的，而且是不易排除的。

幸运的是可以证明，如果我们要求的是得到一个社会选择函数而不是一个社会序，即若 MMD 是一个 SDF 而不是一个 SWF，则这个奇数性限制是不必要的[2]。只要每一个方案三元满足 VR，不

---

〔1〕 Sen（1966）。another见 Vickrey（1960），Inada（1964），Ward（1965）和 Majumdar（1969）。

〔2〕 Sen（1969）中的定理Ⅷ。这个结果也出现于 Pattanaik（1968）定理 1 的证明中。Fishburn（1970）把这个结果推广到个体偏好本身是拟传递的情形。

管个体的人数是多少，多数决定就是拟传递的，因而在每一个方案的子集中都有一个最好的方案。事实上可以证明如果个体序是严格的(即反对称的)，在每个方案三元上满足价值限制是 MMD 成为一个 SDF 的充分和必要的条件。(定理 10*.8；"必要性"的概念见定义 10*.9)。

然而当个体序并不一定是严格时，存在与价值限制不同的可行条件。"有限一致"[1]就是如此一个条件。它要求每个人都同意在每一个方案三元中某方案(比如 x)至少与某方案(比如 y)一样好。另外一个条件是"极端限制"(森和帕塔奈克(1969))，它要求如果某人认为 x 优于 y 和 y 优于 z，则 z 在某人的序中是唯一最好的当且仅当 x 在他的序中是唯一最差的。

有限一致(或 LA)是容易理解的，但需要对极端限制(或 ER)作些解释。极端限制包含各类有趣的情形。首先，它包括了艾拿达(1969)所称的"共鸣偏好"，即若任何一个人认为 x 严格优于 y 及 y 严格优于 z，则没有人认为 z 严格优于 x。它也包括了艾拿达的"对抗偏好"，在此若某人认为 x 优于 y 及 y 优于 z，则其他每一个人要么也有同样的序，要么坚持相反的序(即认为 z 优于 y 及 y 优于 x)，要么认为 x 和 z 一样好。最后，它包括了艾拿达的"两分偏好"，即在每一个方案三元中，对每一个个体至少一方案对是无差异的(对各个体不一定是同样的方案对)。

可以证明，如果任何方案三元满足 ER，则由 MMD 形成的社会偏好在它上面必定是全传递的。如果一个方案三元满足 LA，则多数偏好关系是拟传递的。事实上，可以证明在每一个方案三元上满足 VR 或 LA，或 ER，是多数决定成为一个 SDF 的充要条件(定理 10*.6；也见森和帕塔奈克(1969))。如果要成为一个 SWF，即形成

[1] 这是 Inada(1969)的"禁忌偏好"的一个较弱的形式，见 Sen 和 Pattanaik(1969)。

一个社会序而不是社会选择函数,充要条件是每一个方案三元必须满足 ER(定理 10*.7;也见艾拿达(1969)以及森和帕塔奈克(1969))。

这些结果澄清了哪些个体偏好的定性形式(而不是数字分布)能够保证多数关系具传递性和在每一个子集上存在一个多数优胜方案[1]。如果满足这些条件,那么不管个体偏好的数字分布如何,运用多数规则作理性的社会选择是可能的。若理性选择要求在每一个集合中存在一个最好方案(满足性质 α),则 ER、VR 和 LA 中的任何一个都行。然而,若我们也要满足性质 β,则必须有一个社会序,那我们必须要求 ER。对于性质 β 的必要性,我们在第 4 章中看到对阿罗的一般可能性定理是重要的,对运用 MMD 做理性选择也是具决定性的。

值得强调的是,能够避免非传递性或非循环性的个体偏好的形式,在任何严格的意义上来讲并不要求统一性。不同类型的对抗是允许的,而且事实上其中某些类型的对抗性会可喜地导致 VR 或 ER 的实施。有限一致要求一定程度的统一性,但在每一个方案三元中也仅只要求其中的一对。价值限制要求对某方案的相对位置有一致意见,但只是在一个非常弱的意义上。人们可以对譬如 x 是最好还是最坏有争议,但只要他们同意它不是中间方案即可。类似地,他们同意某方案不是最好(或最坏)就够了。极端限制允许多种不同的关系,即"共鸣的"(部分相似)、"对抗的"(极度相反)或"两分的"(只要求对所有的人在

[1] 这比如在 Garman 和 Kamien(1968),以及 Niemi 和 Weisberg(1968)的文章中仅仅在整个集合上要存在一个多数优胜方案的要求要更高。Pattanaik(1968)证明了,若所有只包括 Pareto 最优方案的三元都是价值限制的,则存在一个多数优胜方案。将此推广,Sen 和 Pattanaik(1969)证明了,若所有由 Pareto 最优方案组成的三元满足 VR 或 ER,则一定存在一个多数优胜方案。

每个方案三元中有一个无差异，但并不要求相同的方案对无差异）。

不过必须认识到这些条件具有一定的限制性，而且特定的社会有可能满足或不满足这些限制条件。这是一个关于实践调查的问题。看来，在许多分配和配给的经济问题上，若没有外来因素，这些条件都是不行的[1]。例如，在三个人之间分配一只匀质的蛋糕，而每一个人只关心自己的份额，就会违反所有这些条件而产生循环多数。得到多数决定理性选择的必要和充分条件的目的之一，是为了激发对偏好的实际形式的具有目的性的研究。

§10.4 关于集体选择规则的条件和受限制偏好

在第5章中，指出了MMD是唯一的具有无限制定义域及满足条件 I，N，A 和 S 的确定的CCR。我们有兴趣问，足以使MMD作出理性选择的对个体偏好的限制条件，如VR，ER和LA，对于满足部分但不是所有这五个条件的集体选择规则是否也是足够的。这样，可将这些结果推广到更广的CCR类。

在第10*章中证明了，如果个体偏好关于每个方案三元是价值限制的，那么任何具无关方案独立性和中立性（N），以及非负响应性（R）的确定的CCR，必定会产生一个拟传递的社会偏好关系。因此，VR对一个广泛的集体选择规则类是有效的，如三分之二多数

[1] 然而，这并不是一个大悲剧，因为MMD忽略了偏好强度及人与人之间的比较，在任何情形它作为决定分配的基础是不能令人满意的（参照第7和7*章）。MMD的主要吸引力是在分配问题完全和其他问题混在一起的几个固定政策（如政党计划）上作出政治的选择。

规则[1]、多层多数决定[2]、严格多数规则[3]、半严格多数规则[4]。类似地，LA 对任何具无关方案独立性和中立性(N)，非负响应性(R)，以及帕莱托包含性(P^*)的确定的 CCR 是有效的。这适用于很多 CCR，然而并不适用于所有 VR 使之有效的 CCR。

另一方面，不能容易地将 ER 推广至其他集体选择规则。一个 CCR 可以具中立性(N)、匿名性(A)、非负响应性(R)和帕莱托-包含性(P^*)，但对于满足 ER 的个体偏好仍不具拟传递性。如果我们把非负响应性(R)加强成正响应性(S)，则我们只不过又回到了 MMD。

在某种意义上，我们能够得到中间的位置。事实上，半严格多数规则使我们能无限地接近 MMD，但只要此 CCR 不完全是 MMD，极端限制甚至不能保证拟传递性(定理 10*.5)。但一旦我们采用 MMD，ER 就足够使我们得到全传递性。极端限制似乎是为多数决定定制的。在这一点上，它与价值限制和有限一致完全不同。

---

〔1〕这个 CCR 得到广泛的运用。为产生一个完全的序，我们可以定义 x 至少与 y 一样好当且仅当三分之二多数不认为 y 优于 x。

〔2〕如果选出的代表确实代表了他的选民的多数观点，这包括了代表民主制。见 Murakami(1966，1968)和 Pattanaik(1968b)。

〔3〕它被定义为 x 优于 y 当且仅当不是至少所有人(而不仅仅是非无差异的人)的 50%认为 y 优于 x。

〔4〕这是一个多数规则和严格多数规则的混合。见定义 10*.7。

第 10* 章 受限制偏好和理性选择

§10*.1 受限制定义域

布莱克(1948)和阿罗(1951)注意到了若个体偏好有一个特定的"相似"形式,则 MMD 会产生具传递性的结果。这相应于对用于 CCR 的条件 U 的放宽。在本章中,对在个体序的形式上加以限制,来放宽无限制定义域条件的后果进行研究。对这个问题,将在三个方面比布莱克(1948)和阿罗(1951)作了更广义的解释[1]。第一,我们的兴趣不仅仅是在社会偏好的传递性上,而且也是在一个社会选择函数的形成上,即我们对 MMD 是作为一个 SDF 的兴趣而不仅仅是将它作为一个 SWF。第二,MMD 具有特定的性质,例如像在第 5* 章中注意到的中立性。多数决定的某些充分性条件,事实上是对一个更广义的满足一些但不是所有 MMD 性质的集体选择规则类的充分性条件。我们在这个较广泛的意义上来研究这些充分性条件。第三,对一特定的限制类型,我们给出在 MMD 下的理性选择的必要条件和充分条件。

在给定某些限制条件之前,为了方便,将把这些对所有方案都无差异的人区分开来,因为他们会带来特殊的逻辑上的问题。

[1] 本章主要取材于 Sen(1966,1969),以及 Sen 和 Pattanaik(1969)。

定义 10*.1 一个对一方案集中每一对元素不是都无差异的个体，称为此集合的关心的个体。

现在，我们定义三个特定的限制条件。

定义 10*.2 价值限制(VR)[1]：在一个方案三元(x, y, z)中存在某方案，如x使得所有关心的个体一致认为它不是最差的，或它不是最好的，或它不是中间的，即对所有关心的i有

$$[\forall i: xP_iy \vee xP_iz] \vee [\forall i: yP_ix \vee zP_ix]$$
$$\vee [\forall i: (xP_iy \,\&\, xP_iz) \vee (yP_ix \,\&\, zP_ix)]。$$

定义 10*.3 极端限制(ER)[2]：若对一个有序的方案三元(x, y, z)存在一个认为x优于y和y优于z的人，则任何人认为z是唯一最好的当且仅当他认为x是唯一最差的，即

$$(\exists i: xP_iy \,\&\, yP_iz) \rightarrow (\forall j: zP_jx \rightarrow zP_jy \,\&\, yP_jx)。$$

一个方案三元满足ER当且仅当以上条件对从此三元中能够得到的每一有序的方案三元都成立。

定义 10*.4 有限一致(LA)[3]：在一个三元中存在一个有序对(x, y)，使得每一个人都认为x至少与y一样好，即$\forall i: xR_iy$。

我们将把认为xP_iy的个体人数记为$N(xPy)$，认为xR_iy的个体人数记为$N(xRy)$，认为$xP_iy \,\&\, yR_iz$的个体人数记为$N(xPyRz)$，等等。

下面是一些初步结果：

---

[1] 在Sen(1966)中，价值限制是一个定义在关心的或不关心的所有个体偏好上的条件。但在"价值限制偏好的可能性定理"中，证明了只须将此限制用于关心的个体就足够了。这里价值限制被定义在仅涉及关心的个体上。

[2] 见Sen和Pattanaik(1969)。也见Inada(1969)。

[3] 这是Inada(1969)的"禁忌偏好"的一个较弱的形式。见Sen和Pattanaik(1969)。

引理 10*.a　ER、VR 和 LA 是完全互相独立的，即可以满足三者中的任何两个，而不满足第三个条件，以及可以满足其中任何一个而不满足其他两个条件。

证明　证明由以下 6 个例子得到：

(1) xP_1yP_1z

zP_2yP_2x

yP_3xI_3z

xI_1zP_1y

这个个体偏好形式的集合满足 ER，但违反 VR 和 LA。

(2) xP_1yP_1z

zP_2xP_2y

违反 ER，但满足 VR 和 LA。

(3) xP_1yP_1z

zP_2yP_2x

yP_3zP_3x

满足 VR，但违反 ER 和 LA。

(4) xP_1yP_1z

yP_2zI_2x

zI_3xP_3y

违反 VA，但满足 ER 和 LA。

(5) xP_1yP_1z

yP_2zP_2x

xP_3yI_3z

xI_1yP_1z

yI_5zP_5x

满足 LA，但违反 ER 和 VR。

(6) xP_1yP_1z

zP_2yP_2x

违反 LA，但满足 ER 和 VR。

下面的结果是有关对 VR，ER 和 LA 的共同违反。

引理 10*.b 若一个在一方案三元上的有序集违反 VR，ER 和 LA，则在此集合中存在一个违反 VR，ER 和 LA 的三种序的子集。

证明 在一个方案三元(x，y，z)上存在 13 种逻辑上可能的序，同时存在 8 192(= 2^{13}) 个不同的这十三种序的子集，其中之一是空集。为方便起见，我们对这些序标上记号，并且由于美观和简洁的原因，略去了偏好关系的下标 i，例如记 P_i 为 P。

(1.1) $xPyPz$　　(1.2) $xPyIz$　　(1.3) $xIyPz$

(2.1) $yPzPx$　　(2.2) $yPzIx$　　(2.3) $yIzPx$

(3.1) $zPxPy$　　(3.2) $zPxIy$　　(3.3) $zIxPy$

(4)　$xPzPy$　　(5)　$zPyPx$　　(6)　$yPxPz$

(7)　$xIyIz$

若要违反 ER，这些序中的至少一个必定是一个链，即满足反对称性。不失一般性，选其为序(1.1)，即 $xPyPz$。首先，注意到不存在其他的序，当与(1.1)结合起来时会形成一违反 VR 和 LA 的对。因此，违反 VR，ER 和 LA 的序的最小集合至少有三个元素。

容易检验，包括(1.1)的违反 VR 的三种序的集合仅是[(1.1)，(2.1)或(2.2)或(2.3)，(3.1)或(3.2)或(3.3)]。总共有 9 个如此的集合。这中间除了一个[(1.1)，(2.2)，(3.3)]外，这里对所有的 i 有 xR_iz，其中每一个都既违反 ER 又违反 LA。于是，有 8 个违反 VR，ER 和 LA 的三种序的集合，我们记此 8 个集合的类为 Ω。

接下来考虑包括(1.1)但拥有三个以上违反VR、ER和LA的序的集合。若这些集合包括Ω的任何成员，则立即得到结果。容易检验，不存在四种或更多序同时不包括Ω的某些成员的集合，会违反VR、ER和LA。例如，要违反VR而且不包括前一段所提到的9个三种序的集合的任何之一，序的集合必须包括下面四种序的集合之一[1]：

(ⅰ) (1.1)，(1.2)，(1.3)，(2.3)，

(ⅱ) (1.1)，(1.2)，(1.3)，(3.2)，

(ⅲ) (1.1)，(1.2)，(2.2)，(2.3)，

(ⅳ) (1.1)，(1.3)，(3.2)，(3.3)。

注意，这些四种序的集合的任何一个都不违反LA。可以检验，要加入任何序来填补这一空隙必须引进Ω的成员。运用类似的推理于包括[(1.1)，(2.2)，(3.3)](这是唯一没有被包括在Ω中的9个初始集合)的序的集合上的情形，证明完成。感谢萨莱斯(Maurice Salles)改正了我过去的证明。

§10*.2　价值限制和有限一致

首先，我们给出一个乏味但有用的有关价值限制的引理。

引理10*.c　若一个个体偏好集在一个方案三元(x, y, z)上是价值限制的，则至少等式(1)、(2)和(3)之一以及至少等式(4)，(5)和(6)之一成立：

(1) $N(xIyIz) = N(xRyRz)$，(2) $N(xIyIz) = N(yRzRx)$，

(3) $N(xIyIz) = N(zRxRy)$，(4) $N(xIyIz) = N(yRxRz)$，

[1] 若我们包括序4或5或6，则[(1.1)、(4)，(5)或(3.2)或(2.3)，(6)或(2.2)或(1.3)]，则似乎不是如此。但是除了把x与y，或y与z，或z与x交换外，每一个这种可能性的最后三个元素就形成了Ω的一个成员。

(5) $N(xIyIz)=N(xRzRy)$, (6) $N(xIyIz)=N(zRyRx)$。

证明 设若 x 不是最好的,则认为(xR_iy & yR_iz)或(xR_iz & zR_iy)的人必定是不关心的。因此,(1)和(5)成立。类似地,若 y 不是最好的,则(2)和(4)成立,以及若 z 不是最好的,则(3)和(6)成立。再类似地,可以验证,若方案中的一个不是最差的或不是中间的,则条件(1)—(6)中的至少两个((1)—(3)中的一个,以及(4)—(6)中的一个)成立。

定理 10*.1 若一个确定的集体选择规则具无关方案独立性,并且是中立的(N)和非负响应的(R),同时若个体偏好在一个方案三元上是价值限制的,则此规则必会产生在此方案三元上具拟传递性的社会偏好关系。

证明 若在一个方案三元(x, y, z)上违反了拟传递性,则对(x, y, z)和(u, v, w)之间的某个一一对应关系,我们必须有 uPv, vPw 和 wRu。现在证明,若引理 10*.c 的等式(1)—(3)之一和(4)—(6)之一成立,则这种构造是不可能的。

首先考虑(1)。我们可以验证

$$
\begin{aligned}
(1) &\to \forall i:\{\sim(xI_iyI_iz)\to\sim(xR_iy\ \&\ yR_iz)\}\\
&\to \forall i:\{\sim(xI_iyI_iz)\\
&\qquad\to[(xR_iy\to zP_iy)\&(yR_iz\to yP_ix)]\}\\
&\to \forall i:\{[(xP_iy\to zP_iy)\&(xI_iy\to zR_iy)]\\
&\qquad\&[(yP_iz\to yP_ix)\&(yI_iz\to yR_ix)]\}\\
&\to[(xRy\to zRy)\&(yRz\to yRx)]。
\end{aligned}
$$

由中立性和非负响应性[1],

[1] 这是容易验证的。若 $(xP_iy\leftrightarrow zP_iy)\&(xI_iy\leftrightarrow zI_iy)$,则由中立性有 $(xPy\to zPy)\&(xIy\to zIy)$。所以,若 $(xP_iy\to zP_iy)\&(xI_iy\to zR_iy)$,则由非负响应性有 $(xPy\to zPy)\&(xIy\to zRy)$,由此 $xRy\to zRy$。类似地,$yRz\to yRx$。

$$\rightarrow [(xRy \ \& \ yRz \ \& \ zRx) \rightarrow (xIy \ \& \ yIz)]。$$

类似地，

$$(2) \rightarrow [(xRy \ \& \ yRz \ \& \ zRx) \rightarrow (yIz \ \& \ zIx)],$$

$$(3) \rightarrow [(xRy \ \& \ yRz \ \& \ zRx) \rightarrow (zIx \ \& \ xIy)]。$$

因此，若至少三个推断(1)，(2)或(3)之一成立，则把(u, v, w)选定为(x, y, z)，或为(y, z, x)，或为(z, x, y)，不可能有uPv，vPw和wRu。类似地，若(4)，(5)或(6)之一成立，把(u, v, w)选定为(y, x, z)，或(x, z, y)，或(z, y, x)，则uPv，vPw和wRu是不可能的。然而，没有其他可能的选定方法。因此，若个体偏好在每一个三元上满足价值限制，则社会偏好关系在每个三元上必定是拟传递的。

定理 10*.2 设一个确定的集体选择规则具无关方案独立性，并且是中立的(N)，非负响应的(R)，以及满足强帕莱托原则(P^*)，则若个体偏好在此三元上满足有限一致，它必定产生一个在一个方案三元上具拟传递性的偏好关系。

证明 设(x, y, z)为任一三元。不失一般性，设$\forall i: xR_iy$。因此，$\forall i: (yP_iz \rightarrow xP_iz) \& (yI_iz \rightarrow xR_iz)$，故由中立性和非负响应性[1]，我们有$yRz \rightarrow xRz$。类似地，$zRx \rightarrow zRy$。于是，$(xRy \ \& \ yRz \ \& \ zRx) \rightarrow (xRy \ \& \ yIz \ \& \ xIz)$。现在，考虑假设$yRx$。因为$\forall i: xR_iy$，显然强帕莱托原则意味着$\forall i: xI_iy$。因此，

$$\begin{aligned} yRx \rightarrow \ & \forall i: \{[(xP_iz \rightarrow yP_iz) \& (xI_iz \rightarrow yI_iz)] \\ & \& \ \forall i: [(zP_iy \rightarrow zP_ix) \& (zI_iy \rightarrow zI_ix)]\} \\ \rightarrow \ & [(xRz \rightarrow yRz) \& (zRy \rightarrow zRx)]。\end{aligned}$$

---

(1) 理由在 p. 185 的注(1)中给出。

于是，

$$(yRx \;\&\; xRz \;\&\; zRy) \rightarrow (yRx \;\&\; xIz \;\&\; zIy)。$$

若两个"循环"(xRy & yRz & zRx)和(yRx & xRz & zRy)都不成立，关系 R 不会违反拟传递性。若其中之一成立，则在这个三种关系的集合中的两种无差异必定起决定性作用。这意味着不可能违反拟传递性。定理得证。

当然，我们对 VR 和 LA 关于多数决定方法的充分性不需要作特别的证明。

定理 10*.3 若个体偏好在每一个方案三元上满足 VR 或 LA，则多数决定方法在有限方案集上对任何可能的个体偏好的构造是一个 SDF。

证明 由定理 5*.1，MMD 是一个满足中立性和正响应性的确定的集体选择规则，由引理 5*.d，这意味着它也满足强帕莱托原则和非负响应性。因此，由定理 10*.1 和 10*.2，当个体偏好在每一个方案三元上满足 VR 或 LA 时，由 MMD 形成的社会偏好必是拟传递的。而根据引理 1*.k，由 MMD 形成的每个社会偏好关系会产生一个选择函数。因此，MMD 是一个在所有可能的个体偏好集上的社会决定函数。

§ 10*.3 极端限制

现在证明，极端限制足以使多数偏好关系 R 具传递性。

定理 10*.4 所有逻辑上可能的对任意方案三元满足极端限制的个体偏好集，是在此三元上的多数决定 SWF 的定义域之中。

证明 若每个个体在一个三元中的至少两个方案之间是无差异的，则此三元显然平凡地满足 ER。容易证明，在此情形下传递性成立。在引理 10*.b 的证明中给出的在三元(x, y, z)上的十三种

可能的序，仅仅七种包括了至少一种无差异，即(1.2)，(1.3)，(2.2)，(2.3)，(3.2)，(3.3)和(7)。记具有任何偏好序的个体人数依次为 $N(1.2)$，$N(1.3)$等，显然有

$$
\begin{aligned}
&(xRy \ \& \ yRz) \\
&\quad \rightarrow \{[N(1.2) + N(3.3) - N(2.2) - N(2.3)] \geqslant 0 \\
&\qquad \& \ [N(1.3) + N(2.2) - N(3.2) - N(3.3)] \geqslant 0\} \\
&\quad \rightarrow [N(1.2) + N(1.3) - N(2.3) - N(3.2)] \geqslant 0 \\
&\quad \rightarrow xRz。
\end{aligned}
$$

类似地，对(x, y, z)和(u, v, w)之间的任意一一对应关系，$uRv \ \& \ vRw \rightarrow uRw$。

现在考虑对 ER 的非平凡满足：设某人具有(1.1)。假设与定理相反，ER 在此三元上成立，但多数决定仍不具传递性。我们知道下面之一必定成立：$[xRy, yRz, zRx]$，"向前循环"；或$[yRx, xRz, zRy]$，"向后循环"。假设前者成立，因为存在一个个体使得 xP_iyP_iz，我们有

$$
\begin{aligned}
zRx &\rightarrow [N(zPx) \geqslant N(xPz)] \\
&\rightarrow [N(zPx) \geqslant 1] \\
&\rightarrow [\exists i: zP_iy \ \& \ yP_ix]，由 ER。
\end{aligned}
$$

此处最后的是一个在这个三元上的严格序，再运用 ER，我们只剩下一个满足 ER 的四种序的集合，就是：(1) xP_iyP_iz，(2) zP_iyP_ix，(3) yP_izI_ix，以及(4) xI_izP_iy。记具有这些序的人数依次为 N_1、N_2、N_3 和 N_4，我们得到

$$
\begin{aligned}
(xRy \ \& \ yRz \ \& \ zRx) &\rightarrow \{[N_1 + N_4 \geqslant N_2 + N_3] \\
&\qquad \& [N_1 + N_3 \geqslant N_2 + N_4] \& [N_2 \geqslant N_1]\} \\
&\rightarrow \{[N_1 = N_2] \& [N_3 = N_4]\} \\
&\rightarrow (yRx \ \& \ xRz \ \& \ zRy)。
\end{aligned}
$$

由此，向前循环蕴涵向后循环，从而不可能不具传递性。

余下的可能性是只有向后循环成立。

$$\begin{aligned}(zRy \ \& \ yRx) &\rightarrow [N(zPy) - N(xPy)] \\ &\quad + [N(yPx) - N(yPz)] \geqslant 0 \\ &\rightarrow [N(zPyRx) - N(xPyRz) \\ &\quad + N(zRyPx) - N(xRyPz)] \geqslant 0 \\ &\rightarrow N(zPyRx) + N(zRyPx) > 0,\end{aligned}$$

因为 $N(xPyRz) > 0$，由于假设有人认为 xP_iyP_iz。

进一步，由于 ER，我们必有

$$N(zPyIx) = N(zIyPx) = 0。$$

所以，显然 $N(zPyPx) > 0$。

因为我们知道，除了有人认为 xP_iyP_iz 之外还有人认为 zP_iyP_ix，所以允许的个体偏好序仅是以上的(1)，(2)，(3)和(4)。剩下是证明在这些情况下向后循环蕴涵向前循环。因为它与上面给出的反向的证明完全类似，在此从略。由此，若满足 ER，不具传递性是不可能的。

虽然 ER 足够使多数决定具传递性，可是它不能使与 MMD 无限接近的其他规则具传递性。考虑一个满足条件 U，N，A 和 R 的确定的集体选择规则。从定理 5*.1 知道，由于它满足 R(非负响应性)而不是 S(正响应性)，它还不是 MMD。我们也可以加上条件 P' 来使它更接近于 MMD。我们能否使之更加接近于 MMD 而不成为 MMD 呢？

一个中立的，匿名的和非负响应的确定规则的例子如下：

定义 10*.5 严格多数规则：

$$\forall x, y \in X: [N(xPy)/N] > \frac{1}{2} \leftrightarrow xPy,$$

其中 N 是总的个体数，而且 $xRy \leftrightarrow \sim(yPx)$。

直接得到如下引理：

引理 10*.d 若根据严格多数规则有 xPy，则根据多数决定方法也有 xPy。

事实上，可以注意到在多数决定下，xPy 要求 $N(xPy)$ 大于 $\frac{1}{2}N^*$，此处 N^* 是在 x 与 y 之间不是无差异的个体数。因此，引理 10*.d 直接由 $N^* \leqslant N$ 得到。

我们知道，由引理 5*.d，在具有中立性时正响应性意味着强帕莱托原则，但反之并不成立。因为在给定其他条件下，正响应性会带来多数决定。一个接近于多数决定但不成为多数决定的方法是把强帕莱托原则也加进去。考虑一个严格多数规则的帕莱托包含形式如下：

定义 10*.6 帕莱托包含严格多数规则：$\forall x, y \in X$：xPy 当且仅当 $\left\{[N(xPy)/N] > \frac{1}{2}\right\} \vee [\forall i: xR_iy \;\&\; \exists i: xP_iy]$。进一步，$xRy \leftrightarrow \sim(yPx)$。

现在，可以定义一系列介于严格多数规则（是或不是帕莱托包含形式）和多数决定方法之间的群体决策规则。我们可以要求 $N(xPy)$ 大于 N 和 N^* 的某种凸组合。

定义 10*.7 半严格多数规则：

$$\forall x, y \in X: N(xPy)/[pN + (1-p)N^*] > \frac{1}{2} \leftrightarrow xPy,$$

其中 p 是开区间 $(0, 1)$ 上的某给定实数。进而，有 $xRy \leftrightarrow \sim(yPx)$。

显然，若 $p = 0$，则这就是多数规则；若 $p = 1$，则是严格多数规则。然而，因为我们把 p 限制在开区间 $(0, 1)$ 上，故就排除了这两种可能性，但我们可以无限地接近于多数规则或严格多数规则。

由于在半严格多数规则类中，我们可无限地接近于多数决定方法，我们要问对于半严格多数规则的某些情形极端限制是否是足够的。现在证明，不管我们如何接近于多数决定方法，对于半严格多数规则，ER 是不够的。

定理 10*.5 不论我们选取怎样的 p，极端限制不是使在任意方案三元上半严格多数规则具拟传递性的充分条件。

证明 因为我们也对强帕莱托原则有兴趣，我们运用一种若再加上帕莱托包含性也能成立的推理方法来证明此定理。考虑一个方案三元 (x, y, z)，以及以下满足 ER 的四种个体偏好序的集合：

(1) $xP_i yP_i z$，　　(2) $zP_i yP_i x$，

(3) $yP_i zI_i x$，　　(4) $xI_i zP_i y$。

设 N_j 为具有序 j 的个体人数 $(j = 1, 2, 3, 4)$。取 $N_1 = 2$，$N_2 = 1$ 和 $N_3 = N_4 = q$，此处 q 是一个正整数，使得 $0 < \frac{1}{q} < p$。容易验证，不管 $p > 0$ 多么小，这样一个 q 总是存在的。根据构造，xPy，yPz 和 xIz，这违反了拟传递性。证明完成。

因此，我们取 p 无限接近于 0，从而可以无限接近多数规则，但 ER 仍是不够的。也显然，帕莱托原则(弱的或强的)不起任何作用，因为上面的群体决策(平凡地)满足两者。

然而，一旦 p 从接近于 0 成为 0，即一旦我们有了多数决定方法时，如定理 10*.4 所证明的，ER 即成为不仅是拟传递性而且是全传递性的充分条件。

§10*.4 理性选择的必要和充分条件

现在，导出从多数决定方法在一个有限的方案集上得到一个社会选择函数或社会序的必要和充分条件。首先，陈述充分性和必要

性的定义。因为这些定义要被用于 SWF 和 SDF 也即关系到 f 的定义域，故它们将在各自的情况下分别具有相应的解释。

定义 10*.8 一个在个体偏好集上的条件是充分的，若每个满足此条件的个体偏好集一定是在 f 的定义域之中。

定义 10*.9 一个在个体偏好集上的条件是必要的，若对此条件的每一违反会产生一列个体序，使得在某个个体人数上[1]这些序的某种配置给定将使个体偏好形式处于 f 的定义域之外。

阿罗(1951)运用了此充分性的定义，必要性的定义是先由艾拿达(1969)提出的。这些并不是必要和充分条件的仅仅可能的定义，但若限制是关于一列允许的个体序，而不是在可能的序上个体人数的分布，它们是合情理的。若多于 50%的关心的选民有同样的链，则不管其他人有什么序，多数决定会产生一个社会序。然而，我们所考虑的限制仅用于允许的偏好序的类型，而不是具有序的人数上。

定理 10*.6 在一个有限的方案集上，使一个个体序的集合在多数决定 SDF 的定义域之中的充要条件，是每一个方案三元必须至少满足条件 VR，ER 或 LA 之一。

证明 VR，LA 和 ER 的充分性直接由定理 10*.1，10*.2 和 10*.4 得到。我们只需考虑必要性。

由引理 10*.b 我们知道，若一个个体序的集合违反 VR，ER 和 LA，则此集合一定包括一个违反此三个限制的三种序的子集。此外，从证明中我们知道，实质上有八个违反 VR，ER 和 LA 的三种序的子集[2]，即[(1.1)，(2.1)或(2.2)或(2.3)，(3.1)或(3.2)或

---

(1) 每个个体必须有一个且仅一个序，但任意给定的序当然可以被配置于不管多少个个体或没有一个个体。

(2) 事实上，若我们把 x，y 和 z 看作不变的，则有 48 个对应的子集。但除了把 y 换成 x，或 z 换成 y，或 x 换成 z，或 x 换成 y，y 换成 z 和 z 换成 x；或 x 换成 z，y 换成 x 和 z 换成 y，余下的和下面所描述的完全一样。在每一情形下，可以运用完全相同的分析。

(3.3)],不包括[(1.1),(2.2),(3.3)],在此

(1.1) $xPyPz$,

(2.1) $yPzPx$,　　(2.2) $yPzIx$,　　(2.3) $yIzPx$,

(3.1) $zPxPy$,　　(3.2) $zPxIy$,　　(3.3) $zIxPy$。

我们必须证明在此八种情形下的每一情形,在某个体人数上的这些序的某种配置会导致一个不能产生选择函数的多数偏好关系。

首先考虑[(1.1),(2.1)或(2.3),(3.1)或(3.2)]的情形。设 N_1 是具有(1.1)的人数,N_2 是具有(2.1)或(2.3)的人数,以及 N_3 是具有(3.1)或(3.2)的人数。若我们假设 $N_1 > N_2$,$N_1 > N_3$ 和 $(N_2 + N_3) > N_1$,则我们必有 xPy,yPz 和 zPx。一个简单的例子是 $N_1 = 3$,$N_2 = N_3 = 2$。

这样就剩下了四种情形。其次,考虑如下两个集合,即[(1.1),(2.1)或(2.3),(3.3)]。用同样的规则编号,若取 $N_2 > N_1 > N_3$ 和 $N_1 + N_3 > N_2$,我们又有 xPy,yPz 和 zPx。一个简单的例子是 $N_1 = 3$,$N_2 = 4$ 和 $N_3 = 2$。最后,我们考虑[(1.1),(2.2),(3.1)或(3.2)]的情形。取 $N_3 > N_1 > N_2$ 和 $N_1 + N_2 > N_3$,我们得到 xPy,yPz 和 zPx,作为例子,$N_1 = 3$,$N_2 = 2$ 和 $N_3 = 4$。这就证明了必要性,于是定理得到证明。

接着,我们得到多数决定具全传递性的充要条件。

定理 10*.7　一个个体序集合在多数决定 SWF 的定义域之中的充要条件是,每一个方案三元必须满足极端限制条件。

证明　考虑 ER 的必要性。假设违反了 ER。这意味着存在某个个体(如)i 使得 xP_iyP_iz,同时另一个人的偏好满足以下形式之一:(1)zP_jx,zP_jy 和 xR_jy,或(2)zP_jx,yP_jx 和 yR_jz。设存在一个个体 i 和一个个体 j。若 j 具有(1),则多数决定会产生 xPy,yIz 和 xIz,这意味着一个选择函数但不是一个序。类似地,若 j 具

有(2)，则 xIy，yPz 和 xIz，这也不是一个序。因此，ER 的必要性得证。ER 的充分性在定理 10*.4 的证明中已得到证明。证明结束。

10*.5 反对称偏好的特殊情形

现在，我们考虑一个特殊的情形，即当个体偏好是链，也就是序是反对称的情形。

引理 10*.e 若个体序是反对称的，则 ER→VR 和 LA→VR。

证明 假设在某三元上满足了 ER。因为不可能有无差异，ER 的平凡满足的情形不会出现。假设对某 i 有 xP_iyP_iz。我们从 ER 知道 $\forall i$: $zP_ix \rightarrow zP_iy \;\&\; yP_ix$。若不存在个体使得 zP_ix，则在任何人的序中 z 不是最好的，因为在反对称序的情形中 $\sim(zP_ix) \rightarrow xP_iz$。在此情形中，VR 成立。另一方面，若存在某人具有 zP_ix，由此 zP_iyP_ix，则由 ER 具有 xP_iz 的人必定具有 xP_iyP_iz。因为 $\forall i$: $xP_iz \vee zP_ix$，那么在此情形就有 $\forall i$: $\{xP_iyP_iz\} \vee \{zP_iyP_ix\}$。由于 y 在任何人的序中不是最好的(也不是最差的)，故 VR 又得以满足。所以，ER→VR。

假设在某三元上满足 LA。不失一般性，设对所有的 i，xRy 成立，在此情形中，这意味着 $\forall i$: xP_iy。因此，在任何人的序中 x 不是最差的(y 也不是最好的)。于是，VR 成立。证明结束。

注意到反之不成立，VR 不意味着 ER 或 LA。这容易用下面的构造来检验：xP_1yP_1z，zP_2yP_2x 和 yP_3zP_3x。ER 和 LA 都不成立，但 y 在任何人的序中不是最差的，因此 VR 成立。

关于此特殊情形的有关 MMD 作为 SDF 和 SWF 的相关定理，现在可以分别导出如下：

定理 10*.8 在一个有限方案集上，使一个个体链集合在多数决定 SDF 的定义域之中的充要条件是，每一个方案三元必须满足价值限制[1]。

证明 因为 ER、VR 和 LA 对所有个体序不管严格与否都是充分的，VR 在严格序的情形显然是充分的。由定理 10*.6，对于一个社会选择函数的存在性，VR 或 ER 或 LA 必须作为一个在每一个三元上的必要条件成立，同时由引理 10*.e，若 ER 或 LA 成立，则在链的情形中 VR 必成立。因此，VR 是充分和必要的。

定理 10*.9 一个个体链集合在一个多数决定 SWF 的定义域之中的必要条件是，每一个方案三元必须满足价值限制，但这不是一个充分条件。

由定理 10*.7 和引理 10*.e，必要性的证明是显然的。下面的例子显示了 VR 的不充分性：设存在两个个体使得 xP_1yP_1z 和 zP_2xP_2y；由此产生 xPy、yIz 和 xIz。满足价值限制，但无传递性[2]。顺便提一句，充要条件仍由定理 10*.7 给出。

---

[1] 这个定理不仅仅对于前面给出的修改后的定义 10*.2 成立，甚至对于 Sen(1966) 中的价值限制的原来的定义也成立。

[2] 若个体的人数是奇数的话，它也就是充分的了；见 Sen(1966)。

第 11 章

理论与实践

§11.1 集体选择系统

显然，有一些截然不同的方式可将社会偏好建立在社会成员的偏好上。它们不仅在确切的程序上不同，在一般的方法上也不同。

在文献中，一个特定的比其他方法更规范化的方法是阿罗(1951)意义上的"社会福利函数"，在此对每一个个体序的集合$\{R_i\}$给定一个社会序R。一个更着重于选择的类型，是我们所称的"社会决定函数"，在这里一个选择函数是由个体序的集合$\{R_i\}$确定的一个社会偏好关系R产生的。一般来说，一个SWF是SDF的一个特殊类型，但也有例外[1]。总之，若选择是我们的目的，SDF似乎是恰当的出发点。

对SDF的相容性要求可能比对SWF的要少，这对各种不同的结果是具有影响的，包括阿罗的著名的"不可能性"定理(第3章和第4章)。然而，即使对一个SDF，将不同选择原则结合起来也存在类似的问题(第4，5和6章)。虽然社会偏好不必是传递的，而仅需满足拟传递性或非循环性，SDF要将一组看来合理的条件纳入集体选择述

[1] 见第4章。在此和以后的引用中，对不带*章的引用也应包括对相应的带*章的引用。但反之不然。

是有困难的。幸而，这些条件中有一些在实际上并不很合理，并且运用不同形式的 SDF 来显示出这些条件的精确性质可以澄清它们的潜在冲突(第 5 和 6 章)。

另一种方法是比 SDF 的要求要更少，即不要求社会偏好关系一定要产生一个选择函数。一个不具完全性，但在许多情况下对集体选择有指导意义的拟序，常常是有用的，因为它可能结合集体选择的较弱的(而被更广泛接受的)原则，从而避开了一些使人恼火的困境。不必要求要么满足所有条件，要么什么也不满足，而是还有许多合理的处于中间的其他可能(第 7 和 9 章)。

个体偏好也可以具有不同的形式。事实是，有些集体选择系统是基于比仅仅由序提供的个体对社会方案态度的更完整的信息。我们可以用序数的或基数的、或分类为序数类的中间形式的效用函数替代序(第 7 章)；而这些效用或福利尺度可以与人与人之间可比性(第 7 章和 9 章)或没有人际可比性(第 8 章)一起来使用。此外，可比性又可以有不同的类型，在某些假设下，可以定义从不可比性到单位的完全可比性的福利单位的部分可比性的一个系列(第 7 章)。

着重点也不一定在福利单位的可比性上，而是在福利水平的可比性上。替代用定义在社会状态上的个体序 R_i(“我喜欢状态 x 而不是状态 y”)，集体选择可以用定义在任一社会状态中的任一个体所处的位置的个体序上(“我宁愿在状态 x 作为 A 先生，而不是状态 y 的 B 先生”)。这就可以运用各种公平性和公正的准则(第 9 章)。

图 11.1 给出了基于不同个体偏好信息类型的集体选择的不同提法的图解[1]。双箭头指向一特定的情形，虚线代表在被考虑的所有

---

〔1〕 记号和以前定义的相同，即 R 和 R_i 与第 2* 章中的相同，L 和 $\bar{L}$ 与第 7* 章中相同，$\tilde{R}$ 和 $\tilde{R}_i$ 与第 9* 章中相同。

集体选择系统中属于一类也属于另一类这一意义上的几乎等价[1]。每一方法的例子都以某些著名的集体选择系统在括号中显示。

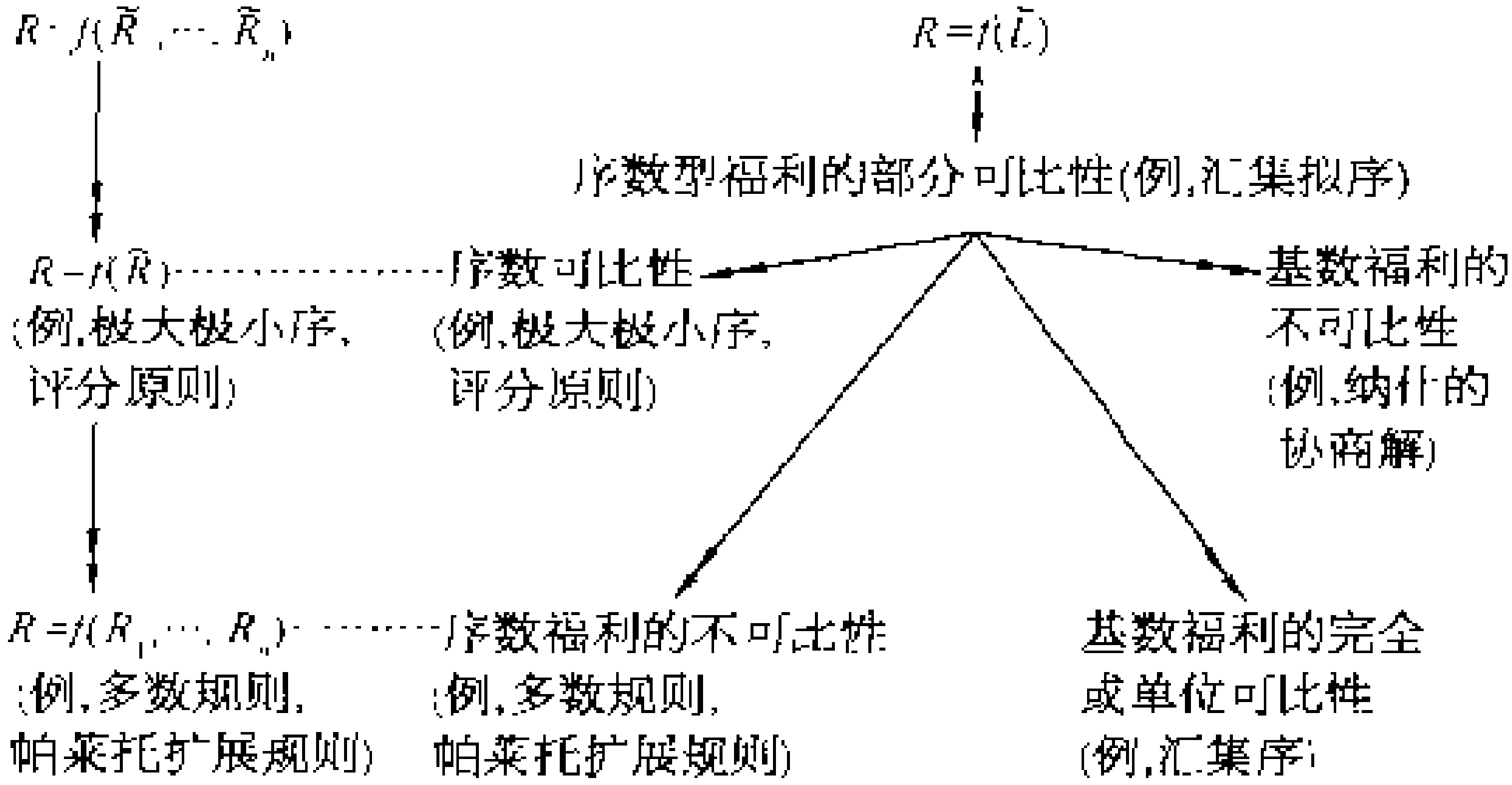

图 11.1 集体选择系统的组成

由前面的分析,此图解应该是清楚的。以下两个解释可能有用。第一,可能使社会偏好 R 成为个体序集合(R_1, …, R_n)的一个函数是将它基于一个扩展序$\tilde{R}$的一个特例并不明显,但事实如此。显然,在(R_1, …, R_n)中我们有 n 个 m 元的不同的序,每一个对每个个体 i 定义在(x_1, i), …, (x_n, i)上,而一个$\tilde{R}$则是在所有这些 mn 个元素上的序(第 9* 章)。因此,一个$\tilde{R}$作为特例包含了如此 n 个序(R_1, …, R_n)。于是,将社会偏好基于(R_1, …, R_n)是将它基于$\tilde{R}$上的一个特别情形,因为前一类型的信息被包含在后者之中[2]。

第二,把社会偏好基于个体序的集合上和把它基于具有不可比性的个体的序数效用函数的集合上是不完全相同的,因为不是所有

[1] 然而,对于所有可能的集体选择系统不一定如此。

[2] 此外,若假设了同一性公理,则每个个体序 $\tilde{R}$,将包含整个集合(R_1, …, R_n)(第 9* 章)。

的序是能由甚至是一个序数的效用来表示的。然而，对我们来说他们几乎等价，因为我们没有考虑过任何在本质上运用个体偏好不可比的序数表示的集体选择系统。这同样适用于将社会偏好基于$\tilde{R}$和基于序数可比的个体效用函数的几乎等价性[1]。

§11.2 制度和框架

虽然存在许多处理集体选择的途径，但其中部分的不同仅反映了集体选择问题出现的领域或场合的不同。问题可能是选择一个决策的制度机制，例如，根据多数规则或排序投票法的选举。或者，问题也可能是一个个体，或一个集团，或一个政党根据个体偏好对社会选择作出自己的提议。然而，有关$\tilde{R}_i$类的计算在单纯制度机制上的运用可能是困难的，对此较容易把精力集中在R_i的集合上，而在作提议时引进$\tilde{R}_i$可能是很恰当的。

类似地，在一个纯制度性的选择系统中寻找一个反映个体的基数福利尺度的方法是困难的，但一个计划者完全可能将他的政策建议基于他将国家作为一个整体来进行总的得失估计上。这对于在汇集上允许有相当自由度的系统特别如此，例如具"部分可比性"的系统（第7章）。一个计划者可能觉得在指定L中的一个子集$\bar{L}$是方便的，而对一个纯制度性的选择也许不可能设计出一个用来指定$\bar{L}$的令人满意的机械的程序。

所以，存在大量各种各样的集体选择程序多少有点给人错觉。它们可能各自适应于不同的集体选择类型。由于领域是如此之广

[1] 严格地讲这并不正确，因为序数的人与人之间的可比性可以与个人的基数的尺度一起运用，我们可以运用某些基数性（例如，在Nash(1950)的协商解，或在Raiffa(1953)或Braithwaite(1955)的解的运用中）。

阔，列出一些不同类型的运用，它们都属于宽广的集体选择理论，但有本质的不同，这对于开展研究可能会真正有用。

（1）基于某集体选择理论的社会选择制度机制。例如，多数规则的运用意味着对匿名性、中立性和正响应性的隐含的依赖（第5章）[1]。相似地，在没有外来因素时，对自由市场系统的完全依附的正确性可以用帕莱托最优性来得到，所要求的不过是可能隐含地运用了帕莱托扩展规则及其隐含的规则（第5章）。类似地，社会制度可能在某些选择上出于对 L 的考虑，要加上一些条款来保证个人自由（第6章）。

（2）计划决策，一般由一个对某政治组织（如一个议会）负责的委员会作出，需要某种将计划目的与个体偏好联系起来的理论。可能隐含地或明确地运用如汇集规则（第7章），或极大极小规则（第9章）之类的准则。尽管通常并没有十分系统地被运用，对"总福利"或"最差团体的福利"的考虑在公共政策中是相当常见的。

（3）在作社会批判或讨论社会政策中，必须对集体选择的系统作出评估。在此，对于集体选择系统的条件是特别有关的（例如，在第3～9章中所讨论过的）。这是从对现任政府提供建议到要求革命推翻政府如此广泛的一类问题。许多集体选择理论的较大进步，似乎是出自于此类非常实际的追求，特别是后者[2]。社会批判和抗议，一般采取提出某些假想的原理的形式，而这些原理是现存机构不能满足的。

（4）委员会决策的问题是集体选择的特别情形。委员会可大可小，可正式或非正式，制度也就会不同。较小的团体可以运用不适用于较大团体的各种制度，例如具有考虑到偏好强度的非正式系

---

〔1〕还有传递性和产生一个选择函数的问题（第10章）。

〔2〕参照 Gramsci(1957)，pp. 140—142。

统(在许多委员会中很典型),或运用一个非正式的选票交易系统(在立法机制中很典型)。在委员会决策中,传递性的问题是特别容易被察觉的(第10章)。

(5) 公共合作问题依赖于集体选择过程和人民对它们的评价。对于许多问题,重要的不仅仅是要做到公正,而且必须被认为是公正的。对经济发展的计划,可能要求老百姓要作出牺牲,负担的分派(例如征税)牵扯到对公平性、公正以及相对得失的考虑(第7和9章)。此处,相关的不仅是要做到公平性、公正,等等,而且从广大老百姓的观点来看,所作的选择也明显具有这些特征。计划成功与否,常常与公众的热情和合作密切相关。尽管所谓的"现实主义者"似乎经常嘲笑如公平性或公正这样的"含糊的规范考虑",然而即使用最粗糙的指标来衡量,这种考虑与成功或失败也是极度有关的。

§ 11.3 个体偏好的表示

为了集体选择的目的,设计个体偏好的表示系统存在几个困难。第一,对策的考虑会在表示过程中歪曲偏好。"诚实的投票"常常不是对个人是最有利的[1]。

这种困难具有完全的普遍性,而它的相关性将随集体选择系统的不同有很大变化。如穆拉卡米(Murakami)所表明,在对个体偏好具非负响应性的集体选择系统中,投票人能够通过歪曲他们的偏好得到的是十分有限的[2]。这于MMD特别如此。通过歪曲偏好,一个人不能增加他最偏好的方案的加权分量,因为他所能使它最大的是通

〔1〕 见 Arrow(1951), pp. 80—81, Majumdar(1956),以及 Luce 和 Raiffa(1957),第14.8节。

〔2〕 Murakami(1968),第4章,第10节。

过真诚的投票。

用 MMD 的一个例子可以帮助阐明这个问题。考虑三个个体，即 A，B 和 C，个体 A 认为 x 优于 y 和 y 优于 z，个体 B 认为 y 优于 x 和 x 优于 z，个体 C 认为 z 优于 x 和 x 优于 y。多数序会产生 x 社会优于 y 和 z，并且 y 社会优于 z。个体 B 可以通过假装认为 y 优于 z 和 z 优于 x 来破坏这个序，这样，会引起 x 优于 y，y 优于 z 和 z 优于 x 的循环多数。但是他不能通过这个方法让 y 进入选择集，因为他最大可能使 y 进入选择集是诚实的投票。他可以通过不诚实的投票使 x 落选，但不能使 y 当选。

但是不能认为，战略的歪曲决不能帮助一个个体或一个团体在一个非负响应的机制中改变社会结果。即使在 MMD 下，不诚实的投票也能够帮助选择一个偏好的方案。下面的例证显示了这一点[1]。设有三个方案和四个人。其 A 认为 x 优于 y 和 z，但对 y 和 z 是无差异的；B 对 x 和 y 无差异，而认为它们都优于 z；C 认为 z 优于 x 和 x 优于 y；D 认为 y 优于 z 和 z 优于 x。诚实的投票使得 MMD 产生：x 优于 y，y 优于 z，以及 x 和 z 无差异。于是，x 是社会选择集中的唯一元素。尽管 D 不认为 z 是最优方案，C 和 D 都认为 z 优于 x。若 C 和 D 都假装他们认为 z 优于 y 和 y 优于 x，则 MMD 将产生：z 优于 y，y 优于 x，以及 x 和 z 无差异。现在 z 是社会选择集中的唯一成员，故通过他们的精明运作，C 和 D 的情况都将更好[2]。因此，非负

[1] 由 Bengt Hansson 提出。这个情形要求两人联手。在下面的情形中，一个人不诚实就足以达到目的。A 和 B 认为 x 优于 y 和 y 优于 z；C 认为 z 优于 x 和 x 优于 y，D 认为 y 优于 z 和 z 优于 x。诚实的投票会使 MMD 产生 x 作为唯一最好的元素。若 D 假装认为 z 优于 y 和 y 优于 x，则 z 也成为一个多数获胜者，对他来说这样是更好的。

[2] 然而，当社会偏好关系是一个序时，这个可能性就不太容易出现了；见 Murakami (1968)。因此，Murakami 提议采取"循环式"投票，即把每一个方案与其他每一个方案一对一地投票，这样若有非传递性的话就会暴露出来了。

响应性或甚至正响应性并不能保证虚假的投票不是一个有效的策略。

顺便说一下，在某些情况下，对策考虑和选票交易会有助于引进某些关于个体偏好强度的尺度，而一个选票交易的均衡则反映了利益冲突的一个妥协[1]。虽然，接受这些解作为伦理上最优的和合理的是有问题的（如在第 2 和 8 章所讨论的），作为社会选择的可行的表示，这些模型有许多方面是值得称道的，而且它们也帮助澄清这些选择的伦理依据。

有人试图通过考察个体的投票行为，来得到个体偏好强度的基数度量。正如科尔曼（1966a）所指出：一个投票人可能是通过对他的投票所产生的可能的结果来看他的投票行为的，给定他在一个社会方案集上的偏好，他的行为会依赖于他对其他人投票行为概率分布的估计，同时也依赖于选择系统可能采用的对后果的随机机制的概率分布，例如打破僵局。这当然是正确的。因此，个体的投票行为可以被看作对不同博彩的选择，同时也展示了个体偏好的强度。然而，事实上博彩的类型是非常有限的，故要据此构造一个效用函数的希望不大。同时，我们还必须知道每个个体对其他人投票行为的主观概率分布，才能计算出效用尺度。因此，仅仅基于观察实际的投票行为，来为实用的社会选择构造基数尺度可能是不行的。然而，这条途径是有启发性的[2]。

当然，一个更基本的问题是个体行为是否真正按照所假设的方式，即通过考虑对实际社会选择的概率的影响来投票从而使期望效

〔1〕见 Buchanan 和 Tullock（1962），Coleman（1966，1966a），以及 Wilson（1968，1968a）。

〔2〕为了总效用极大化，除了个体基数效用的尺度外，还需要某种人与人之间可比性的系统。Coleman 注意到这如同一个任意的元素。对于描述性的模型，可以把此当作一组参数，如在 Coleman（1966，1966a）中。然而，对于规范性的模型，在此必须实行有系统的判断（见第 7，8 和 9 章）。

用极大化。这个问题需要进一步实验的调查，但在此阶段可以提出一个初步的怀疑。当投票的人数很大时（例如，在全国性的选举中），任何一个个体的投票对结果的影响的概率实际上是非常小的，即使微小的投票费用（例如，交通费）也可能容易地比所得的利益要大。尽管这样，在如此的选举中，投票的出席率也可能是很高的[1]。这也许表明个体并不主要是为了极大化期望效用，而是为了更简单的理由去投票的，即希望表明他的真实偏好[2]。

诚然，人们也可能就是喜欢投票。这可以解释为什么人们会在大型选举中投票，但一旦引入这一类考虑，甚至投票与偏好之间的序数对应关系也被破坏了。若一个人从投票中得到快乐，那么他可能对方案是无差异时也仍然要投某一方案的票。另一方面，若投票有费用，那么尽管他可能认为一个方案优于另一个方案，但只要不够强烈，他也会弃权。事实上，即使投票既不带来费用也不带来快乐，这个问题仍然是存在的。一个对两个候选者无差异的人可以投任一个候选人的票，也可以弃权。因此，不管投票的费用是负的、正的或零，在：(a)投 x 的票，(b)投 y 的票，以及(c)弃权，与相应的(a)偏好 x，(b)偏好 y，以及(c)无差异之间，也没有一一对应关系[3]。虽然分析上成立，这并不是一个非常严重的问题。若投票的费用是零，则对大的投票者的群体，总的结果可能与有一一对应关系时的结果会非常接近。真正的问题出现于，投票会带来相对较大的费用

[1] 也有可能，人们对结果的兴趣不限于谁（或什么）的得胜而是得胜的程度，它总会根据一个人的投票而改变。这往往将使得效用展示模型更加复杂。此外，因为一票对得胜（或失败）幅度的影响是很小的，若我们限制于期望效用的框架的话，选民去投票的动机似乎还需要其他的解释。

[2] 参阅 Robinson(1964), p.10。

[3] 在 Sen(1964)中指出了，这个缺乏一一对应关系对所有连续效用极大化情形一般都成立。诚实表达一个人的偏好与使一个连续效用函数极大化有抵触，这似乎有点令人沮丧。

或快乐。即使在这个形式上，这仅仅是选择理论这一充满问题的分支中的一个问题。

§11.4　有效性和帕莱托最优性

基数尺度的交流（和运用）问题，要比序的更为麻烦。这在一定程度上是在处理集体选择中仅集中于使用序的原因[1]。至少在经济学中，最广泛运用的方法是帕莱托最优性和“经济有效性”（第2章）。

基于在第5和6章中的分析，致力于帕莱托最优性的潜在假设是清楚的。若认为帕莱托最优性是唯一的目的，并且只要被达到我们就不必考虑其他因素（在大多现代福利经济学中这一方法是隐含地被采纳，但很少明显地被采纳），则就明确要求一个能形成拟传递的社会偏好和满足条件 U（无限制定义域），I（无关方案独立性），P^*（强帕莱托原则），以及 A（匿名性）的 CCR。如在定理 5*.3 中所表明，这些条件一起意味着我们必须宣称所有的帕莱托最优点是无差异的。这个结果，给出了一个隐含在现代福利经济学的相当大部分中的方法的公理化。

---

〔1〕当然，如打算在计划中为此目的作汇集，我们可以引进一个个体的可能的效用函数的某种变化，并且类似于第7章中的方法仍汇得到一个拟序。另外一个更难的方法是增加一个概率分布来弥补计划者的无知，如 Lerner(1944)在纯分布问题上所建议的。Lerner 假设计划者是基于每个个体在可能的效用函数（凹的）上，同时在给出一已知的全体同类收入的分配问题上有相同的概率分布，计划者因此必定在期望效用极大化的理由上建议一个平等的分配。然而，所需的等概率假设是相当强的（见 Friedman(1947)和 Samuelson(1964)），但可运用概率分布的任何组合来推广 Lerner 的方法。也可运用不用概率的决策准则，例如极大极小策略，并且如 Sen(1966)所指出的，Lerner 有关均匀分布的结论在这一情形中只需在很一般的假设下也成立。然而，如在许多可能的决策准则中选择一个决策准则的问题，对无知和不确定性的解释的问题仍旧存在。

在某些方面，定理 5*.3 是相当令人困惑的。所有这些所加的条件在表面上是吸引人的，但因没有对分配的考虑，所有帕莱托最优点是无差异的这一结果非常不吸引人。事实上，现代福利经济学的这一方面经常被分离出来受到特别的攻击。

这个结果也许展现了(如同本书中其他结果)在集体选择规则上设定一般条件的重大困难，即这些条件在本质上是难以理解的。接受这些条件要比接受它们所有的含义要容易。也可以从这个意义上来解释阿罗的(1951)一般可能性定理[1]。

我们甚至在帕莱托最优性的十分有限的运用中也发现有困难，即把它看作一个必要的但不是充分的全面最优性的条件。在这个情形中，一般认为帕莱托最优性是非常吸引人的[2]。但结果是，甚至帕莱托关系的弱的形式和一个让个体有自由做某些私人事(例如，选择看什么书)这样非常弱的个体自由的条件也有矛盾(定理 6*.3)。即使仅仅给予两个个体每人在一对方案上有如此的自由，为保证比传递性弱的非循环性，帕莱托关系也会被违反。当然，个体自由与弱帕莱托关系的矛盾在一对方案的选择中不会发生，但当有两个以上方案时它可能会出现。因此，即使作为一个必要而不是充分的条件，帕莱托最优性也是有问题的。在存在外来因素时，不容易达到帕莱托最优性是广为周知的(见库普曼斯(1957))，而从第 6 章的分析中显示，在某些类型的外来因素存在时把它作为一个目

[1] 在无公理建立特定的确定规则中也存在相似的困难，例如 Koopmans 的(1960)在给定某些决策公理时，对理性积累程序的“无耐心”的必要性的精致论证。也见 Koopmans，Diamond 和 Williamson(1964)。所用的公理显然是吸引人的，但方法却具有前面所讨论的困难。

[2] Zeckhauser(1968)和 Raiffa(1968)运用有关行为后果的人与人之间不同的概率期望，构造了在行为选择上放弃帕莱托最优性的论点。然而，这些并不是在完全给定的后果集或社会状态集上放弃帕莱托关系的论点。我们关心的是后者。

的的价值是值得怀疑的。

§11.5 结束语

在所有对于集体选择的条件中,帕莱托原则被认为是宽松中最宽松的。我们在普遍运用即使是帕莱托规则时所遇到的困难,说明了制定适用于任何情况的集体选择的绝对原则的艰难性。一般所提出的简单原则常常在本质上是"非基本的"(第5章)。通过对事实的适当选择(例如,通过选择个体偏好的特定构造或通过挑选个体序背后的特定意图),似乎可能给通常提议作为普遍应用的所有一般原则制造麻烦。

这个观点似乎与自康德以来[1]伦理理论中所强调的"一般化"和"普遍化"的必要性不相符合,这在第9章中曾讨论过。然而,这个矛盾仅仅是表面的。这里说的,不是不存在一个能使人绝对遵守的通用原则,而是说通常提议的简单原则不属于此类型。"匿名性"和"中立性"类型的条件是基于"有关相似性"的非常狭窄的观点,它忽略了包括个体和方案性质之间的关系(第5,6章)以及有关偏好强度的信息(第7章)在内的其他因素。虽然限制性更小,"无关方案独立性"也着重于一个狭义的相似性,即在有关方案对上的个体排序。不考虑偏好强度(第7章),也不考虑任何我们从观察其他(但有关的)方案排序得到的有可能表示个人动机的间接信息(第6章)。这最后一点,不是对任何偏好强度的忽略考虑,它似乎使我们对帕莱托原则持保留意见起了决定性作用(第6.5节)。有争议的不是在"相似情况必须做出相似判断"的方法,而是以什么准则来决

[1] "行为永远要遵照你希望此准则是一个普遍的法则"(Kant(1785))。在Abbot的译本中,Kant(1907), p. 66。

定哪些情况是相似的。要对"有关相似性"作出一个完全一般的陈述，我们可能必须考虑一个非常复杂的准则。可能能够设计出在许多情形下而不是在所有情形下抓住本质的简单原则，虽然这些原则(例如，条件 I，N、A，P 等)在表面上具有普遍原则的形式，但它们在大多数价值系统中实际上是非基本的。

即使是非基本的原则，若被足够广泛地采纳，也有利于对集体选择过程的理解和评估。只有受虐狂者才会有兴趣对在每一个选择情况中须要涉及的全部细节加以考虑。简单原则提供了方便的捷径，只要我们认识到这些原则是有用的引导而不是必须誓死服从的主人，则就没有问题。不应该把阿罗的一般可能性定理(定理 3*.1)和在本书中给出的其他不可能性定理(定理 4*.3，4*.5，5*.1.1，5*.2，6*.1～6*.3，8*.1.1，8*.2，9*.2，9*.2.1，10*.5)作为支持虚无主义的理由，而应该作为对澄清在集体选择系统中原则的积极贡献。对于那些肯定有关选择机制正面结果的定理同样如此(定理 4*.1，4*.2，4*.4，5*.1，5*.3，7*.1～7*.9，8*.1，9*.1，9*.3～9*.7，9*.5.1，9*.7.1，10*.1～10*.4，10*.6～10*.9)。

一旦认识了集体选择中通常遇到的原则的非基本性，必须放弃某些刻板的区别。例如，在传统的福利经济学中，一般地把令人信服的帕莱托类型的判断和"任意的"非帕莱托判断区分开来。这个鲜明的两分法似乎是不恰当的，因为帕莱托原则在一定程度上也有任意性(第 6 章)，同时其他某些原则在很多情况下也是令人信服的(第 5～7 和 9 章)。一个几乎完全集中于对帕莱托类的考虑，一方面会把传统的福利经济学限制在一个非常狭隘的范围内，另一方面给予它一种在伦理上无可非议的意识，而这种意识似乎难以经得起仔细的推敲。

一个密切相关的问题是不同集体选择系统的相对接受性。因为不同系统满足的简单原则在本质上似乎是非基本的，显然对不同

系统的相对好坏的评估将取决于社会的性质。解释种种"不可能性"结果的一种方法，是宣称不存在适用于每一个社会和每一个个体偏好构造的"理想的"集体选择系统（如在几乎所有不可能性定理中对"无限制定义域"的运用）。某些选择过程非常适用于某些选择类型和某些个体偏好集，但不适合于其他的情形（见第 5～7，9 和 10 章），自然地，我们对这些过程的评估必须取决于所考虑的社会的类型。这个有节制的认识并不意味着对这一问题的特别认输。

最后，值得强调的是虽然集体选择的"纯"系统一般在社会决定的理论研究中更有吸引力，但它们常常不是对最有用的系统的研究。基于这个观点，本书侧重考虑了各种各样的"不纯"系统，例如部分人与人之间可比性（第 7 和 9 章）、部分基数性（第 7 章）、受限制定义域（第 6 和 10 章）、非传递的社会无差异（第 4 和 10 章）、不完全社会偏好（第 7 和 9 章），等等。较著名的纯过程看来是这些不纯系统的极限情形。

从制度和思想框架的观点来看，这些不纯的系统似乎是有用的。本书给予这些系统以相对的篇幅反映了我们试图捍卫的一个信仰，即虽然纯洁对于橄榄油、海上的空气以及民间故事中的女英雄是明白无误的美德，但对于集体选择系统则不然。

参考文献

Allen, R. G. D., *Mathematical Economics*, Macmillan, London, 1959.

Archibald, G. C., "Welfare Economics, Ethics, and Essentialism," *Economica*, N.S., **26**, 1959.

Aristotle, *The Nicomachean Ethics*, edited by J. A. K. Thomson, Allen and Unwin, London, 1953.

Armstrong, W. E., "A Note on the Theory of Consumer's Behavior," *Oxford Economic Papers*, N.S., **2**, 1950.

——, "Utility and the Theory of Welfare," *Oxford Economic Papers* N.S., **3**, 1951.

Arrow, K. J., "A Difficulty in the Concept of Social Welfare," *Journal of Political Economy*, **58**, 1950.

——, *Social Choice and Individual Values*, Wiley, New York, 1951; 2nd ed, 1963.

——, "An Extension of the Basic Theorems of Classical Welfare Economics," in Neyman, 1951 (1951a).

——, "Little's Critique of Welfare Economics," *American Economic Review*, **41**, 1951 (1951b).

——, "Le Principe de Rationalité dans les Décisions Collectives," *Économie Appliquée*, **5**, 1952.

——, "Rational Choice Functions and Orderings," *Economica*, N.S., **26**, 1959.

——, "Economic Welfare and the Allocation of Resources for Invention," in K. J. Arrow et al., *The Rate and Direction of Inventive Activity*, Princeton University Press, Princeton, 1962.

——, "Uncertainty and the Welfare Economics of Medical Care," *American Economic Review*, **53**, 1963.

——, *Aspects of the Theory of Risk-Bearing*, Yrjö Jahnssonin Säätiö, Helsinki, 1965.

——, "Values and Collective Decision Making," in Laslett and Runciman, 1967.

——, "Public and Private Values," in Hook, (1967) (1967a).

——, "The Place of Moral Obligation in Preference Systems," in Hook (1967) (1967b).

Arrow, K. J., S. Karlin and P. Suppes, eds., *Mathematical Methods in the Social Sciences, 1959*, Stanford University Press, Stanford, 1960.

Aumann, R. J., "Utility Theory without the Completeness Axiom," *Econometrica*, **30**, 1962.

——, "Utility Theory without the Completeness Axiom: A Correction," **32**, 1964.

Ayer, A. J., *Philosophical Essays*, Macmillan, London, 1959.

Banerji, D., "Choice and Order: Or First Things First," *Economica*, N.S., **31**, 1964.

Barone, E., "The Ministry of Production in the Collectivist State," in F. A. von Hayek, ed., *Collective Economic Planning*, Routledge, London, 1935.

Barry, D., *Political Argument*, Humanitarian Press, New York, 1965.

Bator, F. M., "The Anatomy of Market Failure," *Quarterly Journal of Economics*, **72**, 1958.

Baumol, W. J., "Community Indifference," *Review of Economic Studies*, **14**, 1946.

——, *Welfare Economics and the Theory of the State*, Harvard University Press, Cambridge, Mass., 1952; 2nd ed., 1966.

——, "The Cardinal Utility Which is Ordinal," *Economic Journal*, **68**, 1958.

Bentham, J., *An Introduction to the Principles of Morals and Legislation*, Payne, 1789; Clarendon Press, Oxford, 1907.

Bergson, A., "A Reformulation of Certain Aspects of Welfare Economics," *Quarterly Journal of Economics*, **52**, 1938.

——, "Socialist Economics," in H. S. Ellis, ed., *A Survey of Contemporary Economics*, Vol. I, Blakiston, Philadelphia, 1948.

——, "On the Concept of Social Welfare," *Quarterly Journal of Economics*, **68**, 1954.

——, *Essays in Normative Economics*, Harvard University Press, Cambridge, Mass., 1966.

Bernoulli, D., "Specimen Theoriae Novae de Mensura Sortis," *Commentarii Academiae Scientiarum Imperialis Peropolitanae*, 1730, 1731, 1738; trans. by L. Sommer, "Exposition of a New Theory of the Measurement of Risk," *Econometrica*, **22**, 1954.

Birkhoff, G., *Lattice Theory*, American Mathematical Society, 1940.

Bishop, R. L., "A Zeuthen-Hicks Theory of Bargaining," *Econometrica*, **32**, 1964.

Black, D., "On the Rationale of Group Decision Making," *Journal of Political Economy*, **56**, 1948.

——, "The Decisions of a Committee Using a Simple Majority," *Econometrica*, **16**, 1948 (1948a).

——, *The Theory of Committees and Elections*, Cambridge University Press, Cambridge, 1958.

Black, M., "The Gap Between Is and Should," *Philosophical Review*, **73**, 1964.

Blackwell, D., and M. A. Girschik, *Theory of Games and Statistical Decisions*, Wiley, New York, 1954.

Blanche, R., *Axiomatics*, trans. by G. B. Keene, Free Press of Glencoe, New York, 1962.

Blau, J. H., "The Existence of a Social Welfare Function," *Econometrica*, **25**, 1957.

Borda, J. C., "Mémoire sur les Élections au Scrutin," *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences*, 1781; English translation by A. de Grazia, *Isis*, **44**, 1953.

Boulding, K. E., "Welfare Economics," in B. F. Haley, ed., *A Survey of Contemporary Economics*, Vol. II, Blakiston, Philadelphia, 1952.

Bourbaki, N., *Éléments de Mathématique*, Hermann, Paris, 1939; English translation, *General Topology*, Parts I and II, Addison-Wesley, Reading, Mass., 1966; *Theory of Sets*, Addison-Wesley, Reading, Mass., 1968.

Bowen, H. R., "The Interpretation of Voting in the Allocation of Economic Resources," *Quarterly Journal of Economics*, **58**, 1943.

Braithwaite, R. B., *Theory of Games as a Tool for the Moral Philosopher*, Cambridge University Press, Cambridge, 1955.

Brandt, R. B., *Ethical Theory*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N J., 1959.

——, ed., *Social Justice*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J., 1961.

——, review of Hare's *Freedom and Reason*, *Journal of Philosophy*, **61**, 1964.

Broad, C. D., "On the Function of False Hypotheses in Ethics," *International Journal of Ethics*, **26**, 1916.

Buchanan, J. M., "Individual Choice in Voting and the Market," *Journal of Political Economy*, **62**, 1954.

——, "Simple Majority Voting, Game Theory, and Resource Use," *Canadian Journal of Economics and Political Science*, **27**, 1961.

Buchanan, J. M., and G. Tullock, *The Calculus of Consent*, University of Michigan Press, Ann Arbor, 1962.

Campbell, C. D., and G. Tullock, "A Measure of the Importance of Cyclical Majorities," *Economic Journal*, **75**, 1965.

——, "The Paradox of Voting- A Possible Method of Calculation," *American Political Science Review*, **60**, 1966.

Carnap, R., *Introduction to Symbolic Logic and Its Application*, Dover, New York, 1958.

Cassen, R., "Alternative Approaches to the Theory of Social Choice," mimeographed, 1967.

Chakravarty, S., "Alternative Preference Functions in Problems of Investment Planning on the National Level," in E. Malinvaud and M. Bacharach, eds., *Activity Analysis in the Theory of Growth and Planning*, Macmillan, London, and St. Martin's Press, New York, 1967.

Chernoff, H., "Rational Selection of Decision Functions," *Econometrica*, **22**, 1954.

Chipman, J. S., "The Foundations of Utility," *Econometrica*, **28**, 1960.

——, "The Lexicographic Representation of Preference Orderings," in Minnesota Symposium (1969).

Church, A., *Introduction to Mathematical Logic*, Princeton University Press, Princeton, 1956.

Coleman, J. S., "Foundations for a Theory of Collective Choice," *American Journal of Sociology*, **71**, 1966.

——, "The Possibility of a Social Welfare Function," *American Economic Review*, **56**, 1966 (1966a).

Condorcet, Marquis de, *Essai sur l'Application de l'Analyse à la Probabilité des Décisions Rendues à la Pluralité des Voix*, Paris, 1785.

Contini, B., "A Note on Arrow's Postulates for a Social Welfare Function," *Journal of Political Economy*, **74**, 1966.

Coombs, C. H., "Psychological Scaling without a Unit of Measurement," *Psychological Review*, **57**, 1950.

——, *A Theory of Data*, Wiley, New York, 1964.

Criswell, J. H., H. Solomon and P. Suppes, *Mathematical Methods in Small Group Processes*, Stanford University Press, Stanford, 1962.

Curry, H. B., and R. Feys, *Combinatory Logic*, North-Holland, Amsterdam, 1958.

Dahl, R. A., *A Preface to Democratic Theory*, University of Chicago Press, Chicago, 1956.

Dahl, R. A., and C. E. Lindbloom, *Politics, Economics and Welfare*, Harper, New York, 1954.

Davidson, D., and P. Suppes, "A Finitistic Axiomatization of Subjective Probability and Utility," *Econometrica*, **24**, 1956.

Davis, R. G., "Comment on Arrow and the 'New Welfare Economics'," *Economic Journal*, **68**, 1958.

Debreu, G., "Representation of a Preference Ordering by a Numerical Function," in Thrall, Coombs and Davis (1954).

——, *The Theory of Value*, Wiley, New York, 1959.

——, "Topological Methods in Cardinal Utility Theory," in Arrow, Karlin and Suppes (1960).

de Grazia, A., "Mathematical Derivation of an Election System," *Isis*, **44**, 1953.

De Meyer, F., and C. R. Plott, "The Probability of a Cyclical Majority," *Econometrica*, in press.

Diamond, P., "Cardinal Welfare, Individualistic Ethics, and Interpersonal Comparisons of Utility: A Comment," *Journal of Political Economy*, **75**, 1967.

Dobb, M. H., *On Economic Theory and Socialism*, Routledge, London, and International Publishers, New York, 1955.

, "A Note on Index Numbers and Compensation Criteria," *Oxford Economic Papers*, N.S., **8**, 1956.

——, "A Further Comment on the Discussion of Welfare Criteria," *Economic Journal*, **73**, 1963.

——, *Welfare Economics and the Economics of Socialism*, Cambridge University Press, Cambridge, 1969.

Dodgson, C. L., (Lewis Carroll), *A Method of Taking Votes on More than Two Issues*, Clarendon Press, Oxford, 1876, reprinted in Black (1958).

Downs, A., *An Economic Theory of Democracy*, Harper. New York, 1956.

——, "In Defence of Majority Voting," *Journal of Political Economy*, **69**, 1961.

Dummett, M., and R. Farquharson, "Stability in Voting," *Econometrica*, **29**, 1961.

Dunford, N., and J. T. Schwartz, *Linear Operators*, Interscience, New York, 1958.

Edgeworth, F. T., *Mathematical Psychics*, Kegan Paul, London, 1881.

Eilenberg, S., "Ordered Topological Spaces," *American Journal of Mathematics*, **63**, 1941.

Ellman, M. J., "Individual Preferences and the Market," *Economics of Planning*, **6**, 1966.

Ellsberg, D., "Classic and Current Notions of 'Measurable Utility'," *Economic Journal*, **64**, 1954.

——, "Risk, Ambiguity and the Savage Axioms," *Quarterly Journal of Economics*, **75**, 1961.

——, "Risk, Ambiguity and the Savage Axioms: Reply," *Quarterly Journal of Economics*, **77**. 1963.

Fagen, R. R., "Some Contributions of Mathematical Reasoning to the Study of Politics," *American Political Science Review*, **55**, 1961.

Farquharson, R., "An Approach to the Pure Theory of Voting Procedure," *Ph. D. Thesis*, Oxford University, 1957–1958.

Farrell, M. J., "Mr. Lancaster on Welfare and Choice," *Economic Journal*, **69**, 1959.

Fenchel, W., *Convex Cones, Sets and Functions*, Department of Mathematics, Princeton University (mimeographed), 1953.

Fleming, M., "A Cardinal Concept of Welfare," *Quarterly Journal of Economics*, **66**, 1952.

——, "Cardinal Welfare and Individualistic Ethics: A Comment," *Journal of Political Economy*, **65**, 1957.

Fishburn, P. C., "Interdependence and Additivity in Multivariate Unidimensional Expected Utility," *International Economic Review*, **8**, 1967.

Fishburn, P. C., "Intransitive Individual Indifference and Transitive Majorities," *Econometrica*, **38**, 1970.

Fisher, F. M., "Income Distribution, Value Judgments and Welfare," *Quarterly Journal of Economics*, **70**, 1956.

Fisher, F. M., and J. Rothenberg, "How Income Ought to be Distributed: Paradox Lost," *Journal of Political Economy*, **69**, 1961.

———, "How Income Ought to be Distributed; Paradox Enow," *Journal of Political Economy*, **70**, 1962.

Friedman, M., "Lerner on the Economics of Control," *Journal of Political Economy*, **55**, 1947.

———, "The Expected-Utility Hypotheses and the Measurability of Utility," *Journal of Political Economy*, **60**, 1952.

———, *Essays in Positive Economics*, University of Chicago Press, Chicago, 1953.

Friedman, M., and L. J. Savage, "The Utility Analysis of Choices Involving Risk," *Journal of Political Economy*, **56**, 1948.

Frisch, R., *New Methods of Measuring Marginal Utility*, Mohr, Tübingen, 1932.

———, *Maxima and Minima: Theory and Economic Applications*, Rand McNally, New York, 1966.

Garman, M., and M. Kamien, "The Paradox of Voting: Probability Calculations," *Behavioral Science*, **13**, 1968.

Gauthier, D. P., "Morality and Advantage," *Philosophical Review*, **74**, 1967.

———, "Hare's Debtors," *Mind*, **77**, 1968.

Georgescu-Roegen, N., *Analytical Economics*, Harvard University Press, Cambridge, Mass., 1966.

Goodman, L. A., and H. Markowitz, "Social Welfare Functions Based on Individual Rankings," *American Journal of Sociology*, **58**, 1952.

Gorman, W. M., "Community Preference Fields," *Econometrica*, **21**, 1953.

———, "The Intransitivity of Certain Criteria Used in Welfare Economics," *Oxford Economic Papers*, N.S., **7**, 1955.

———, "Are Social Indifference Curves Convex?" *Quarterly Journal of Economics*, **73**, 1959.

———, "The Structure of Utility Functions," *Review of Economic Studies*, **35**, 1968.

Graaff, J. de V., "On Optimum Tariff Structures," *Review of Economic Studies*, **17**, 1949.

———, *Theoretical Welfare Economics*, Cambridge University Press, Cambridge, 1957.

———, "On Making Recommendations in a Democracy," *Economic Journal*, **72**, 1962.

Gramsci, A., *The Modern Prince and Other Writings*, trans. by L. Marks, Lawrence & Wishart, London, 1967

Granger, G.-G., *La Mathématique Sociale du Marquis de Condorcet*, Presses Universitaires de France, Paris, 1956.

Guilbaud, G.-Th., "Les Théories de l'Intérêt Général et le Problème Logique de l'Aggrégation," *Économie Appliquée*, **5**, 1952.

Halmos, P. R., *Algebraic Logic*, Chelsea, New York, 1962.

Hansson, B., "Choice Structures and Preference Relations," *Synthese*, **18**, 1968.

———, "On Group Preferences," *Econometrica*, **37**, 1969.

———, "Voting and Group Decision Functions," *Synthese*, in press.

Hare, R. M., *The Language of Morals*, Clarendon Press, Oxford, 1952; 2nd ed., 1961.

———, *Freedom and Reason*, Clarendon Press, Oxford, 1963.

Harsanyi, J. C., "Cardinal Utility in Welfare Economics and in the Theory of Risk Taking," *Journal of Political Economy*, **61**, 1953.

———, "Cardinal Welfare, Individualistic Ethics, and Interpersonal Comparisons of Utility," *Journal of Political Economy*, **63**, 1955.

———, "Approaches to the Bargaining Problem Before and After the Theory of Games: A Critical Discussion of Zeuthen's, Hicks', and Nash's Theories," *Econometrica*, **24**, 1956.

———, "Ethics in Terms of Hypothetical Imperatives," *Mind*, **67**, 1958.

———, "A General Theory of Rational Behavior in Game Situations," *Econometrica*, **34**, 1966.

Herstein, I. N., and J. Milnor, "An Axiomatic Approach to Measurable Utility," *Econometrica*, **21**, 1953.

Herzberger, H., "Ordinal Choice Structures," mimeographed, 1968; *Econometrica*, forthcoming. [Later published in *Econometrica*, **41**, 1973.]

Hicks, J. R., *Value and Capital*, Clarendon Press, Oxford, 1939.

———, "The Foundations of Welfare Economics," *Economic Journal*, **48**, 1939a.

———, "The Valuation of Social Income," *Economica*, N.S., **7**, 1940.

———, "The Rehabilitation of Consumers' Surplus," *Review of Economic Studies*, **8**, 1941.

———, "Consumers' Surplus and Index Numbers," *Review of Economic Studies*, **9**, 1942.

———, "The Valuation of Social Income: A Comment on Professor Kuznets' Reflections," *Economica*, N.S., **15**, 1948.

Hilbert, D., and W. Ackermann, *Principles of Mathematical Logic*, Chelsea, New York, 1960.

Hildreth, C., "Alternative Conditions for Social Ordering," *Econometrica*, **21**, 1953.

Hobsbawm, E. J., "Where Are British Historians Going?", *The Marxist Quarterly*, **2**, 1955.

Hook, S., ed., *Human Values and Economic Policy*, New York University Press, New York, 1967.

Houthakker, H. S., "Revealed Preference and the Utility Function," *Economica*, **17**, 1950.

——, "On the Logic of Preference and Choice," in A.-T. Tymieniecka, ed., *Contributions to Logic and Methodology in Honor of J. M. Bocheński*, North-Holland, Amsterdam, 1965.

Hurwicz, L., "Optimality Criteria for Decision Making under Ignorance," *Cowles Commission Discussion Paper, Statistics*, **370**, 1951.

——, "Optimality and Informational Efficiency in Resource Allocation Processes," in Arrow, Karlin and Suppes (1960).

Inada, K., "Alternative Incompatible Conditions for a Social Welfare Function," *Econometrica*, **23**, 1955.

——, "On the Economic Welfare Function," *Econometrica*, **32**, 1964.

——, "A Note on the Simple Majority Decision Rule," *Econometrica*, **32**, 1964a.

——, "On the Simple Majority Decision Rule," *Econometrica*, **37**, 1969.

International Economic Association, *Economics of the Public Sector*, papers presented at the Round-Table Conference at Biarritz, 1966; J. Margolis and H. Guitton, eds., *Public Economics*, Macmillan, London, 1969.

Jensen, N. E., "An Introduction to the Bernoullian Utility Theory," *Swedish Journal of Economics*, **69**, 1967.

Johansen, L., *Public Economics*, North-Holland, Amsterdam, 1965.

Kahn, R. F., "Some Notes on Ideal Output," *Economic Journal*, **45**, 1935.

Kaldor, N., "Welfare Propositions in Economics," *Economic Journal*, **49**, 1939.

——, "A Comment [on Baumol]," *Review of Economic Studies*, **14**, 1946.

Kant, I., *Grundlegung zur Metaphysik der Sitten*, 1785; English translation by T. K. Abbott, *Fundamental Principles of the Metaphysics of Ethics*, 3rd ed., Longmans, London, 1907.

——, *Critik der practischen Vernunft*, 1788; English translation by L. W. Beck, *Critique of Practical Reason*, Liberal Arts Press, New York, 1956.

Kemp, M. C., "Arrow's General Possibility Theorem," *Review of Economic Studies*, **21**, 1954.

Kemp, M. C., and A. Asimakopulos, "A Note on 'Social Welfare Functions' and Cardinal Utility," *Canadian Journal of Economics and Political Science*, **18**, 1952.

Kenen, P. B., and F. M. Fisher, "Income Distribution, Value Judgments and Welfare: A Correction," *Quarterly Journal of Economics*, **71**, 1957.

Kennedy, C. M., "The Common Sense of Indifference Curves," *Oxford Economic Papers*, N.S., **2**, 1950.

——, "The Economic Welfare Function and Dr. Little's Criterion," *Review of Economic Studies*, **20**, 1953.

——, "Comments [on Little and Sen]," *Economic Journal*, **73**, 1963.

Klahr, D. A., "Computer Simulation of the Paradox of Voting," *American Political Science Review*, **60**, 1966.

Knight, F. H., *The Ethics of Competition*, Allen and Unwin, London, 1935.

Kolm, S. Ch., "The Optimum Production of Social Justice," in International Economic Association, see above, 1966.

Koopmans, T. C., "Efficient Allocation of Resources," *Econometrica*, **19**, 1951.

——, *Three Essays on the State of Economic Science*, McGraw-Hill, New York, 1957.

——, "Stationary Ordinal Utility and Impatience," *Econometrica*, **28**, 1960.

——, "Structure of Preferences over Time," *Cowles Foundation Discussion Paper 206*, 1966.

Koopmans, T. C., P. A. Diamond and R. E. Williamson, "Stationary Utility and Time Perspective," *Econometrica*, **32**, 1964.

Kuhn, H. W., and A. W. Tucker, *Contributions to the Theory of Games*, Princeton University Press, Princeton, Vol. I, 1950, and Vol. II, 1953.

Kuznets, S., "On the Valuation of Social Income: Reflections on Professor Hicks' Article," *Economica*, N.S., **15**, 1948.

Lancaster, K., "Welfare Propositions in Terms of Consistency and Extended Choice," *Economic Journal*, **68**, 1958.

——, "Welfare and Expanded Choice: Proof of the General Case," *Economic Journal*, **69**, 1959.

Lancaster, K., and R. G. Lipsey, "The General Theory of the Second Best," *Review of Economic Studies*, **24**, 1957.

Lange, O., "The Foundations of Welfare Economics," *Econometrica*, **10**, 1942.

——, "The Scope and Method of Economics," *Review of Economic Studies*, **13**, 1945.

Lange, O., and F. M. Taylor, *On the Economic Theory of Socialism*, University of Minnesota Press, Minneapolis, 1952.

Laplace, P.-S., *Théorie Analytique des Probabilités*, 2nd ed., 1814.

Laslett, P., and W. G. Runciman, *Philosophy, Politics, and Society, First Series*, Blackwell, Oxford, and Macmillan, New York, 1958; *Second Series*, Blackwell, Oxford, and Barnes and Noble, New York, 1962; *Third Series*, Blackwell, Oxford, and Barnes and Noble, New York, 1967.

Leibenstein, H., "Notes on Welfare Economics and the Theory of Democracy," *Economic Journal*, **72,** 1962.

——, "Long-Run Welfare Criteria," in Margolis, 1965.

Leiberman, B., "Combining Individual Preferences into Social Choice," *Research Memorandum SP-111.3*, Department of Sociology, University of Pittsburgh, Pittsburgh, 1967.

Lenin, V. I., *The State and Revolution*, Foreign Languages Publishing House, Moscow, 1966.

Leontief, W., "A Note on the Interrelations of Subsets of Independent Variables of a Continuous Function with Continuous First Derivatives," *Bulletin of American Mathematical Society*, **53,** 1947.

——, "Introduction to a Theory of the Internal Structure of Functional Relationships," *Econometrica*, **15,** 1947a.

Lerner, A. P., *Economics of Control*, Macmillan, New York, 1944.

Little, I. M. D., "A Reformulation of the Theory of Consumer's Behavior," *Oxford Economic Papers*, N.S., **1,** 1949.

——, "The Foundations of Welfare Economics," *Oxford Economic Papers*, N. S., **1,** 1949 (1949a).

——, "*A Critique of Welfare Economics*, Clarendon Press, Oxford, 1950; 2nd ed., 1957.

——, "Social Choice and Individual Values," *Journal of Political Economy*, **60,** 1952.

——, "Welfare Criteria: An Exchange of Notes," *Economic Journal*, **72,** 1962.

——, "Comments [on Dobb and Sen]," *Economic Journal*, **73,** 1963.

Lorimer, P., "A Note on Orderings" *Econometrica*, **35,** 1966.

Lucas, J. R., "Moralists and Gamesmen," *Philosophy*, **34,** 1959.

Luce, R. D., "Semi-orders and a Theory of Utility Discrimination," *Econometrica*, **24,** 1956.

——, "Two Extensions of Conjoint Measurement," *Journal of Mathematical Psychology*, **3,** 1966.

Luce, R. D., and H. Raiffa, *Games and Decisions*, Wiley, New York, 1957.

Luce, R. D., and J. W. Tukey, "Simultaneous Conjoint Measurement: A New Type of Fundamental Measurement," *Journal of Mathematical Psychology*, **1,** 1964.

Madell, G., "Hare's Prescriptivism," *Analysis*, **26,** 1965.

Majumdar, T., "Choice and Revealed Preference," *Econometrica*, **24,** 1956.

——, "Armstrong and the Utility Measurement Controversy," *Oxford Economic Papers*, N.S., **9,** 1957.

——, *The Measurement of Utility*, Macmillan, London, 1958; 2nd ed., 1962.

Majumdar, T., "Sen's General Theorem on Transitivity of Majority Decisions. An Alternative Approach," in T. Majumdar, ed., *Choice and Growth*, Oxford University Press, Calcutta, 1969.

——, "A Note on Arrow's Postulates for a Social Welfare Function: A Comment," *Journal of Political Economy*, **77**, 1969 (1969a).

Malinvaud, E., "Note on von Neumann-Morgenstern Strong Independence Axiom," *Econometrica*, **20**, 1952.

——, "Capital Accumulation and Efficient Allocation of Resources," *Econometrica*, **21**, 1953; "A Corrigendum," *Econometrica*, **30**, 1962.

Manne, A. S., "The Strong Independence Assumption—Gasoline Blends and Probability Mixtures," *Econometrica*, **20**, 1952.

Marglin, S. A., "The Social Rate of Discount and the Optimal Rate of Investment," *Quarterly Journal of Economics*, **77**, 1968.

Margolis, J., ed., *The Public Economy of Urban Communities*, Johns Hopkins Press, Baltimore, 1965.

Marschak, J., "Rational Behavior, Uncertain Prospects, and Measurable Utility," *Econometrica*, **18**, 1950, "Errata," *Econometrica*, **18**, 1950.

Marshall, A., *Principles of Economics*, Macmillan, London, 1890; 9th (variorum) ed., Macmillan, London, 1961.

Marx, K., *Economic and Philosophic Manuscript of 1844*, Foreign Languages Publishing House, Moscow, 1959.

——, *Critique of the Gotha Programme*, 1875; Foreign Languages Publishing House, Moscow, 1967.

Marx, K., and F. Engels, *Manifesto of the Communist Party*, 1848; Foreign Languages Publishing House, Moscow, 1948.

May, K. O., "A Set of Independent, Necessary and Sufficient Conditions for Simple Majority Decision," *Econometrica*, **20**, 1952.

——, "A Note on Complete Independence of the Conditions for Simple Majority Decision," *Econometrica*, **21**, 1953.

——, "Intransitivity, Utility and Aggregation in Preference Patterns," *Econometrica*, **22**, 1954.

McGarvey, D. C., "A Theorem in the Construction of Voting Paradoxes," *Econometrica*, **21**, 1953.

Meade, J. E., "Welfare Criteria: An Exchange of Notes," *Economic Journal*, **72**, 1962.

Mill, J.S., *On Liberty*, 1859; Gateway, New York, 1959.

——, *Utilitarianism*, 1863; Dent, London, 1929.

Mills, C. W., *The Power Elite*, Oxford University Press, New York, 1953.

Minnesota Symposium, *Consumption Theory without Transitive Indifference*, unpublished, 1969.

Mishan, E. J., "An Investigation into Some Alleged Contradictions in Welfare Economics," *Economic Journal*, **67**, 1957.

Mishan, E. J., "Arrow and the 'New Welfare Economics': A Restatement," *Economic Journal*, **68**, 1958.

——, "A Survey of Welfare Economics, 1939-59," *Economic Journal*, **70**, 1960.

——, "Welfare Criteria: An Exchange of Notes," *Economic Journal*, **72**, 1962.

——, "The Welfare Criteria that Aren't," *Economic Journal*, **74**, 1964.

Montague, R., "Universalizability," *Analysis*, **25**, 1965.

Morris, W. E., "Professor Sen and Hare's Rule," *Philosophy*, **41**, 1966.

Murakami, Y., "A Note on the General Possibility Theorem of Social Welfare Functions," *Econometrica*, **29**, 1961.

——, "Formal Structure of Majority Decisions," *Econometrica* **34**, 1966.

——, *Logic and Social Choice*, Macmillan, London, and Dover, New York, 1968.

Myint, H., *Theories of Welfare Economics*, Harvard University Press, Cambridge, Mass., 1948.

Myrdal, G., *The Political Elements in the Development of Economics*, Harvard University Press, Cambridge, Mass., 1954.

——, *Value in Social Theory*, edited by P. Streeten, Routledge, London, 1958

Nanson, E. J., "Methods of Elections," *Transactions and Proceedings of the Royal Society of Victoria*, **18**, 1882.

Nash, J. F., "The Bargaining Problem," *Econometrica*, **18**, 1950.

——, "Two-Person Cooperative Games," *Econometrica*, **21**, 1953.

Neumann, J. von, and O. Morgenstern, *Theory of Games and Economic Behavior*, Princeton University Press, Princeton, 1947.

Newman, P., "Mr. Lancaster on Welfare and Choice," *Economic Journal*, **69**, 1959.

Neyman, J., ed., *Proceedings of the Second Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability*, University of California Press, Berkeley, 1951; *Third Symposium*, University of California Press, Berkeley, 1956.

Nicholson, M. B., "Conditions for the 'Voting Paradox' in Committee Decisions," *Metroeconomica*, **42**, 1965.

Niemi, R., "Majority Decision-Making with Partial Unidimensionality," *American Political Science Review*, **63**, 1969.

Niemi, R., and H. Weisberg, "A Mathematical Solution for the Probability of the Paradox of Voting," *Behavioral Sciences*, **13**, 1968.

Nowell-Smith, P. H., *Ethics*, Penguin Books, Harmondsworth, 1954.

Olafson, F. A., ed., *Justice and Social Policy*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1961.

Olson, M. N., *The Logic of Collective Action*, Harvard University Press, Cambridge, Mass., 1964.

Pareto, V., *Cours d'Économie Politique*, Rouge, Lausanne, 1897.

———, *Manuale di Economia Politica*, Societa Editrice Libraria, Milano, 1906; French translation (revised), *Manuel d'Économie Politique*, Giard, Paris, 1909.

Park, R. E., "Comment [on Coleman]," *American Economic Review*, **57**, 1967.

Parsons, T., and E. Shils, *Toward a General Theory of Value*, Harvard University Press, Cambridge, Mass., 1951.

Pattanaik, P. K., "Aspects of Welfare Economics," *Ph. D. Thesis*, Delhi University, 1967.

———, "A Note on Leibenstein's 'Notes on Welfare Economics and the Theory of Democracy'," *Economic Journal*, **77**, 1967 (1967a).

———, "A Note on Democratic Decisions and the Existence of Choice Sets." *Review of Economic Studies*, **35**, 1968.

———, "Risk, Impersonality and the Social Welfare Functions," *Journal of Political Economy*, **76**, 1968 (1968a).

———, "Transitivity and Choice under Multi-Stage Majority Decisions," *Discussion Paper 52*, Harvard Institute of Economic Research, 1968b.

———, "Sufficient Conditions for the Existence of a Choice Set under Majority Voting"; *Working Paper 14*, Delhi School of Economics, 1966. *Econometrica*, 38, 1970.

———, "A Generalization of Some Theorems on the Transitivity of Social Decisions with Restricted Individual Preferences," mimeographed, 1969.

Pigou, A. C., *The Economics of Welfare*, Macmillan, London, 1920.

Plott, C. R., "A Notion of Equilibrium and Its Possibility under Majority Rule," *American Economic Review*, **57**, 1967.

Pratt, J. W., H. Raiffa and R. O. Schlaifer, *Introduction to Statistical Decision Theory*, McGraw-Hill, New York, 1965.

Quine, M. V., *Mathematical Logic*, Harvard University Press, Cambridge, Mass., 1940; rev. ed., 1951; Harper, New York, 1962.

Rader, T., "The Existence of a Utility Function to Represent Preferences," *Review of Economic Studies*, **31**, 1963.

Radner, R., and J. Marschak, "Note on Some Proposed Decision Criteria," in Thrall, Coombs and Davis, 1954.

Raiffa, H., "Arbitration Schemes for Generalized 2-person Games," in Kuhn and Tucker, 1953.

———, *Decision Analysis*, Addison-Wesley, Reading, Mass., and London, 1968.

Ramsey, F. P., *The Foundations of Mathematics*, Harcourt, Brace, New York, and Trubner, Borden, London, 1931.

Rapoport, A., *Fights, Games, and Debates*, University of Michigan Press, Ann Arbor, 1960.

Rawls, J., "Outline of a Decision Procedure for Ethics," *Philosophical Review*, **60**, 1951.

———, "Two Concepts of Rules," *Philosophical Review*, **64**, 1955.

———, "Justice as Fairness," *Philosophical Review*, **67**, 1958; reprinted in Olafson, 1961, and Laslett and Runciman, 1962.

———, "Constitutional Liberty and the Concept of Justice," in C. J. Friedrich and J. Chapman, eds., *Justice: Nomos 8*, Atherton Press, New York, 1963.

———, "The Sense of Justice," *Philosophical Review*, **72**, 1963 (1963a).

———, "Distributive Justice," in Laslett and Runciman, 1967.

———, "Chapters on Justice," materials for Philosophy 171 at Harvard University, unpublished, 1968.

Reder, M. W., *Studies in the Theory of Welfare Economics*, Columbia University Press, New York, 1947.

———, "Theories of Welfare Economics," *Journal of Political Economy*, **58**, 1950.

Rescher, N., ed., *The Logic of Decision and Action*, University of Pittsburgh Press, Pittsburgh, 1967.

Richter, M. R., "Revealed Preference Theory," *Econometrica*, **34**, 1966.

Riker, W., "Voting and the Summation of Preferences: An Interpretative Bibliographical Review of Selected Developments during the Last Decade," *American Political Science Review*, **55**, 1961.

———, "Arrow's Theorem and Some Examples of the Paradox of Voting," in Ulmer, 1965.

Robbins, L., *An Essay on the Nature and Significance of Economic Science*, Macmillan, London, 1932.

Robertson, D. H., *Utility and All That*, Macmillan, London, 1952.

———, "Utility and All What?", *Economic Journal*, **64**, 1954.

Robinson, J., *Economic Philosophy*, Aldine, Chicago, 1962.

Ross, W. D., *The Right and the Good*, Clarendon Press, Oxford, 1930.

Rosser, J. B., and A. R. Turquette, *Many-Valued Logics*, North-Holland, Amsterdam, 1952.

Rothenberg, J., "Conditions for a Social Welfare Function," *Journal of Political Economy*, **61**, 1953.

———, "Marginal Preference and the Theory of Welfare," *Oxford Economic Papers*, N.S., **5**, 1953a.

———, "Non-convexity, Aggregation and Pareto Optimality, *Journal of Political Economy*, **68**, 1960.

———, *The Measurement of Social Welfare*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1961.

Rousseau, J.J., *Du Contrat Social*, 1763; English translation by M. Cranston, *The Social Contract*, Penguin Books, Harmondsworth, 1968.

Ruggles, N., "The Welfare Basis of Marginal Cost Pricing Principle," *Review of Economic Studies*, **17**, 1949.

Runciman, W. G., *Social Justice*, Cambridge University Press, Cambridge, 1965.

Runciman, W. G., and A. K. Sen, "Games, Justice, and the General Will," *Mind*, **74**, 1965.

Russell, B., *Principles of Mathematics*, 2nd ed., Cambridge University Press, Cambridge, 1938.

———, *Philosophical Essays*, Longmans, London, 1910; Allen and Unwin, London, 1966; Simon and Schuster, New York, 1967.

Samuelson, P. A., *Foundations of Economic Analysis*, Harvard University Press, Cambridge, Mass., 1947.

———, "Consumption Theory in Terms of Revealed Preference," *Economica*, N.S., **15**, 1948.

———, "Evaluation of Real National Income," *Oxford Economic Papers*, N.S., **2**, 1950.

———, "The Problem of Integrability in Utility Theory," *Economica*, N.S., **17**, 1950 (1950a).

———, "Probability, Utility and the Independence Axiom," *Econometrica*, **20**, 1952.

———, "Social Indifference Curves," *Quarterly Journal of Economics*, **70**, 1956.

———, "A. P. Lerner at Sixty," *Review of Economic Studies*, **31**, 1964.

———, *Collected Scientific Papers*, edited by J. Stiglitz, Vols. I and II, M.I.T. Press, Cambridge, Mass., 1966.

———, "Arrow's Mathematical Politics," in Hook, 1967.

Savage, L.J., "Note on the Strong Independence Assumption," *Econometrica*, **20**, 1950.

———, *The Foundations of Statistics*, Wiley, New York, 1954.

Scitovsky, T., "A Note on Welfare Propositions in Economics," *Review of Economic Studies*, **9**, 1941.

———, "A Reconsideration of the Theory of Tariffs," *Review of Economic Studies*, **9**, 1942.

———, "The State of Welfare Economics," *American Economic Review*, **41**, 1951.

———, *Papers on Welfare and Growth*, Stanford University Press, Stanford, 1964.

Scott, D., and P. Suppes, "Foundational Aspects of Theories of Measurement," *Journal of Symbolic Logic*, **23**, 1958.

Searle, J. R., "How to Derive 'Ought' from 'Is'," *Philosophical Review*, **73**, 1964.

Searle, J. R., *Speech Acts*, Cambridge University Press, London, 1969.

Sen, A. K., "Distribution, Transitivity, and Little's Welfare Criteria," *Economic Journal*, **73**, 1963.

——, "Preferences, Votes and the Transitivity of Majority Decisions," *Review of Economic Studies*, **31**, 1964.

——, "Mishan, Little, and Welfare: A Reply," *Economic Journal*, **75**, 1965.

——, "A Possibility Theorem on Majority Decisions," *Econometrica*, **34**, 1966.

——, "Hume's Law and Hare's Rule," *Philosophy*, **41**, 1966 (1966a).

——, "Planners' Preferences: Optimality, Distribution, and Social Welfare," in International Economic Association, see above, 1966 (1966b).

——, "The Nature and Classes of Prescriptive Judgments," *Philosophical Quarterly*, **17**, 1967.

——, "Isolation, Assurance, and the Social Rate of Discount," *Quarterly Journal of Economics*, **81**, 1967 (1967a).

——, "Quasi-Transitivity, Rational Choice and Collective Decisions," *Review of Economic Studies*, **36**, 1969.

——, "The Impossibility of a Paretian Liberal," *Journal of Political Economy*, **78**, 1970.

——, "Interpersonal Aggregation and Partial Comparability," *Econometrica*, **38**, 1970 (1970a).

Sen, A. K., and P. K. Pattanaik, "Necessary and Sufficient Conditions for Rational Choice under Majority Decision," *Journal of Economic Theory*, **1**, 1969.

Shubik, M., ed., *Essays in Mathematical Economics*, Princeton University Press, Princeton, 1967.

Sidgwick, H., *The Method of Ethics*, Macmillan, London, 1907; Dover, New York, 1966.

Siegel, S., and L. E. Fouraker, *Bargaining and Group Decision Making*, McGraw-Hill, New York, 1960.

Singer, M. S., *Generalizations in Ethics*, Knopf, New York, 1961.

Sonnenschein, H., "The Relationship between Transitive Preference and the Structure of Choice Space," *Econometrica*, **33**, 1965.

——, "Reply to 'A Note on Orderings,'" *Econometrica*, **35**, 1967.

Stevens, S. S., "Mathematics, Measurement and Psychophysics," in S. S. Stevens, ed., *Handbook of Experimental Psychology*, Wiley, New York, 1951.

——, "Psychophysics of Sensory Function," *The American Scientist*, **48**, 1961.

Stevenson, C. L., *Ethics and Language*, Yale University Press, New Haven, 1944.

Stevenson, C. L., *Facts and Values: Studies in Ethical Analysis*, Yale University Press, New Haven, 1963.

Stigler, G. J., "A Note on the New Welfare Economics," *American Economic Review*, **30**, 1943.

Streeton, P., "Economics and Value Judgment," *Quarterly Journal of Economics*, **64**, 1950.

———, "Introduction," in Myrdal, 1958.

Strotz, R. H., "How Income Ought to be Distributed; A Paradox in Distributive Ethics," *Journal of Political Economy*, **66**, 1958.

———, "How Income Ought to be Distributed: Paradox Regained," *Journal of Political Economy*, **69**, 1961.

Suppes, P., "The Role of Subjective Probability and Utility in Decision Making," in Neyman, 1956.

———, *Introduction to Logic*, Van Nostrand, Princeton, N.J., 1958.

———, "Some Formal Models of Grading Principles," *Synthese*, **6**, 1966.

Suppes, P., and D. Davidson, "A Finitistic Axiomatization of Subjective Probability and Utility," *Econometrica*, **24**, 1956.

Suppes, P., and M. Winet, "An Axiomatization of Utility Based on the Notion of Utility Differences," *Management Science*, **1**, 1955.

Szpilrajn, E., "Sur l'Extension de l'Ordre Partiel," *Fundamenta Mathematicae*, **16**, 1930.

Tarski, A., *Introduction to Logic*, Oxford University Press, New York, 1941; 2nd ed., 1946; 3rd ed., 1965.

Theil, H., "On the Symmetry Approach to the Committee Decision Problem," *Management Science*, **9**, 1963

Thrall, R. M., D. H. Coombs and R. L. Davis, eds, *Decision Processes*, Wiley, New York, 1954.

Thrustone, L. L., "A Law of Comparative Judgment," *Psychological Review*, **34**, 1927.

Tintner, G., "A Note on Welfare Economics," *Econometrica*, **14**, 1946.

Tullock, G., "Problems of Majority Voting," *Journal of Political Economy*, **67**, 1959.

———, "Reply to a Traditionalist," *Journal of Political Economy*, **69**, 1961.

———, "The Irrationality of Intransitivity," *Oxford Economic Papers*, N.S., **16**, 1964.

———, "The General Irrelevance of the General Impossibility Theorem," *Quarterly Journal of Economics*, **81**, 1967.

———, *Towards a Mathematics of Politics*, University of Michigan Press, Ann Arbor, 1968.

Ulmer, S., *et al.*, *Mathematical Applications in Political Science*, Southern University Press, 1965.

Uzawa, H., "Preference and Rational Choice in the Theory of Consumption," in Arrow, Karlin and Suppes, 1960.

Veblen, T., *The Theory of the Leisure Class*, Macmillan, London, 1899.

Vickrey, W., "Measuring Marginal Utility by Reactions to Risk," *Econometrica*, **13**, 1945.

——, "Utility, Strategy, and Social Decision Rules," *Quarterly Journal of Economics*, **74**, 1960.

Ward, B., "Majority Voting and Alternative Forms of Public Enterprise," in Margolis, 1965.

Weldon, J. C., "On the Problem of Social Welfare Functions," *Canadian Journal of Economics and Political Science*, **18**, 1952.

Whitehead, A. N., and B. Russell, *Principia Mathematica*, Cambridge University Press, Cambridge, 1913.

Wicksell, K., *Lectures on Political Economy*, Routledge, London, 1935.

Williamson, O. E., and J. G. Sargent, "Social Choice: A Probabilistic Approach," *Economic Journal*, **77**, 1967.

Wilson, J. Q., and E. C. Banfield, "Public Regardingness as a Value Premise and Voting Behavior," *American Political Science Review*, **52**, 1958.

Wilson, R., "An Axiomatic Model of Logrolling," *Working Paper No. 3*, Graduate School of Business, Stanford University, 1968. [Later published in *American Economic Review*, **59**, 1969.]

——, "A Class of Solutions for Voting Games," *Working Paper No. 156*, Graduate School of Business, Stanford University, 1968 (1968a).

——, "A Game Theoretic Analysis of Social Choice," *Discussion Paper No. 2*, Institute of Public Policy Analysis, Stanford University, 1968 (1968b). [Later published in B. Leiberman, ed., *Social Choice*, Gordon and Breach, 1971.]

Wright, G. H. von, *The Logic of Preference*, Edinburgh University Press, Edinburgh, 1963.

Zeckhauser, R., "Group Decision and Allocation," *Discussion Paper No. 51*, Harvard Institute of Economic Research, 1968.

——, "Majority Rule with Lotteries on Alternatives," *Quarterly Journal of Economics*, **83**, 1969.

Zeuthen, F., *Problems of Monopoly and Economic Warfare*, Routledge, London, 1930.

人 名 索 引

主 题 索 引